Matematik

EXTRAUPPGIFTER FÖR SKOLÅR 7-9

Matematik – Extrauppgifter för skolår 7-9

Pärm med kopieringsunderlag.

Fri kopieringsrätt inom utbildningsenheten!

Författare: Mikael Sandell

Första upplagan, första tryckningen

Senast reviderad 2004-09-15

Sandell Utbildning
Hertig Carls väg 57
151 38 SÖDERTÄLJE

E-post info@sandellutbildning.se
WWW www.sandellutbildning.se

Innehållsförteckning

20 a) $\frac{162}{9}$ b) $\frac{512}{32}$ c) $\frac{1024}{8}$

21 a) $\frac{231}{11}$ b) $\frac{75}{15}$ c) $\frac{248}{8}$

22 a) $\frac{300}{15}$ b) $\frac{228}{19}$ c) $\frac{368}{16}$

23 a) $\frac{352}{22}$ b) $\frac{750}{3}$ c) $\frac{114}{38}$

24 a) $\frac{253}{11}$ b) $\frac{4096}{64}$ c) $\frac{300}{60}$

25 Vad är kvoten av 21 och 7?

26 Om kvoten ska bli 60 och täljaren är 120. Vad är då nämnaren?

27 Om kvoten ska bli 25 och nämnaren är 2. Vad är då täljaren?

28 Vad blir summan av 52 och 48?

29 Om summan är 104 och ena termen är 57.
Vad är då den andra termen?

30 Ena faktorn är 41 och den andra faktorn är 3. Vad blir resultatet?

31 Om produkten är 150 och ena faktorn är 5.
Vad är då den andra faktorn?

32 Talet 26 subtraheras med 7. Vad blir resultatet?

33 Vad blir differensen av 26 och 18?

Använd uppställningar för att lösa uppgifterna.

34 a) 26,5 + 13,4 b) 5,45 + 3,34

35 a) 76,29 + 13,05 b) 147,009 + 34,48

36 a) 12,47 + 14,86 b) 103,05 + 498,54

37 a) 102576,16 + 1322,051 b) 5964,006 + 3205,281

38 a) 97,50 – 45,10 b) 102,79 – 31,62

55 512 MB RAM till datorn kostade 559 kronor. Helena köpte 2048 MB. Vad fick hon betala?

56 David fick löneförhöjning, från 90,50 kr/timme till 93 kr/timme.
a) Hur mycket mer tjänade han per dag?
b) Hur mycket mer per vecka?
(8 timmar per dag och 5 arbetsdagar per vecka)

Addition och subtraktion med fler termer än två.

57	a) 28 – 10 – 8	b) 7 + 6 – 2
58	a) 56 + 2 – 46	b) 120 – 40 – 55
59	a) 29 – 14 + 15 – 6	b) 11 + 98 – 5 + 1
60	a) 18 – 9 + 59 – 27	b) 501 – 37 + 5 – 80
61	a) 15 – 18 + 5 + 23	b) 70 – 9 – 14 + 3
62	a) 2 – 500 + 625 – 50	b) 49 + 57 – 16 + 98

Multiplikation med flera faktorer.

63	a) 3 · 6 · 3	b) 5 · 4 · 8	c) 2 · 7 · 5
64	a) 4 · 3 · 8	b) 10 · 2 · 4	c) 8 · 7 · 3
65	a) 10 · 10 · 3	b) 5 · 2 · 25	c) 6 · 6 · 12 · 2
66	a) 4 · 6 · 3 · 3	b) 3 · 6 · 8 · 4	c) 4 · 6 · 7 · 9

Avrunda till hela centimeter.

67	a) 5,6 cm	b) 7,4 cm	c) 12,48 cm
68	a) 0,8 cm	b) 8,1 cm	c) 10,51 cm
69	a) 24,45 cm	b) 100,90 cm	c) 0,1 cm
70	a) 16,14 cm	b) 121,95 cm	c) 19,40 cm

3 Uttryck med flera räknesätt

Om ett uttryck innehåller flera olika räknesätt så utförs alltid multiplikation och division före addition och subtraktion.

112 a) $4 + 3 \cdot 2$ b) $7 + 10 \cdot 4$ c) $4 \cdot 5 + 6$

113 a) $18 \cdot 2 - 10$ b) $2 \cdot 4 + 5 \cdot 2$ c) $3 + 3 \cdot 3$

114 a) $15 + 4 \cdot 2 + 8$ b) $2 \cdot 8 \cdot 2 - 4$ c) $2 + 5 \cdot 2$

115 a) $10 - 2 \cdot 3$ b) $4 \cdot 3 + 7$ c) $3 \cdot 3 \cdot 9 - 1$

116 a) $15 - 5 \cdot 4 + 7$ b) $12 - 4 + 6 \cdot 6$ c) $6 / 2 - 1$

117 a) $3 + 18 / 3$ b) $21 \cdot 2 + 10 / 5$ c) $24 / 6 - 3 + 4 \cdot 9$

118 a) $8 \cdot 3 / 3 + 13$ b) $55 - 50 / 10$ c) $15 \cdot 3 + 12 / 2$

Hur skriver man om man faktiskt vill att plus eller minus ska gå före multiplikation eller division, t.ex. om man först vill slå ihop 2 + 3 och sedan multiplicera resultatet med 5, dvs. man vill få fram 25 som det totala resultatet.

Om man skulle skriva $2 + 3 \cdot 5$ så skulle man inte få 25 utan 17, eller hur?

Det är nu som parenteser kommer in i matematiken. Låt oss skriva så här istället: $(2 + 3) \cdot 5$ Med parenteserna markerar vi att 2:an ska adderas med 3:an innan man multiplicerar med 5.

När det gäller division så är det i vanliga fall ganska klart vad som ska räknas ut först. Det är bara när divisionstecknet ser ut så här / som parenteser måste användas.

Till exempel ger $(3 + 18) / 3$ och $3 + 18 / 3$ två olika resultat, eller hur?

Men om divisionen skrivs $\frac{3+18}{3}$ istället, så behövs inga parenteser.

119 a) $(1 + 1) \cdot 2$ b) $(5 - 2) \cdot 2$

120 a) $(6 + 3) \cdot 2$ b) $4 \cdot (4 - 1)$

121 a) $(2 + 5) \cdot 2$ b) $(10 - 2) \cdot 3$

4 Negativa tal

Mycket tidigt i matematikens historia upptäckte man ett behov av negativa tal. Man var helt enkelt tvungna att införa negativa tal, tal som är mindre än noll.

Beräkna.

138 a) 5 – 7	b) 4 – 8	c) 9 – 15
139 a) 54 – 85	b) 30 – 41	c) 14 – 50
140 a) 24 – 10 – 20	b) 78 – 100 + 11	c) 62 – 98 + 40

Låt oss nu titta på följande tabeller:

8 + 4 = 12
8 + 3 = 11
8 + 2 = 10
8 + 1 = 9
8 + 0 = 8
8 + (–1) = ?

Vi förstår att 8 + (–1) = 7

8 – 4 = 4
8 – 3 = 5
8 – 2 = 6
8 – 1 = 7
8 – 0 = 8
8 – (–1) = ?

På samma sätt förstår vi att 8 – (–1) = 9

Kom-ihåg-regeln är "lika tecken ger plus, olika tecken ger minus"

Beräkna.

141 a) 7 + (–3)	b) 5 + (–3)	c) 2 – (–6)
142 a) 4 – (–3)	b) (–3) + 2	c) 2 + (–3)
143 a) (–9) – 2	b) (–2) + 5 + (–3)	c) (–6) – (–3)
144 a) 13 – (–2)	b) (–13) + 5	c) 4 – (–3)

334 a) $8^{?} = 64$ b) $12^{?} = 144$ c) $?^{8} = 256$

335 a) $?^{4} = 10000$ b) $5^{?} = 125$ c) $2^{?} = 1024$

Nu går vi vidare till det som i matematiken brukar kallas potensregler. Egentligen är de faktiskt inga matematikregler utan istället bra kom-ihåg-regler. Det går jättebra att räkna utan potensregler, men det går betydligt fortare om man kan dem.

Potensregel 1

$5^3 \cdot 5^2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \quad \cdot \quad 5 \cdot 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$

eller snabbare med en regel, $5^3 \cdot 5^2 = 5^{3+2} = 5^5$

Vid multiplikation av två potenser med samma bas så kan man addera potensernas exponenter.

Potensregel 2

$$\frac{5^3}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot \cancel{5}} = \frac{5}{1} = 5$$

eller snabbare med en regel, $\frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2} = 5^1 = 5$

Vid division av två potenser med samma bas så kan man ta differensen mellan exponenten i täljaren och exponenten i nämnaren.

Potensregel 3

$$\frac{5^1}{5^1} = 5^{1-1} = 5^0 = 1$$

Detta hade gällt oavsett vilken bas vi hade använt, eller hur?

En potens med exponenten 0 är alltid 1, oavsett vilken bas potensen har.

Här är ett exempel där exponenten i nämnaren är större än exponenten i täljaren. Ett perfekt läge för potensregel 2, eller hur?

$$\frac{5^3}{5^4} = 5^{3-4} = 5^{-1}$$

Skriv följande potenser så enkelt som möjligt.

336 a) $2^2 \cdot 2^2$ b) $2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$

och vi vet ju ännu inte vad x är! Men, så fort vi vet vad x är så går det förstås.

Vilket tal måste x vara, för att likheten ska stämma?

395 a) $8 = 2 + x$ b) $x + 3 = 20$ c) $x – 2 = 9$

396 a) $x – 5 = 7$ b) $16 = x + x + 4$ c) $25 = 4x + 5$

397 a) $50 – 20 = 3x$ b) $13 + 53 = 3x$ c) $\frac{x}{2} = 2$

398 a) $\frac{x}{5} = 4$ b) $\frac{x}{4} + 4 = 6$ c) $\frac{x}{8} - 4 = 6$

Titta lite extra på t.ex. a i sista uppgiften. Går det att kontrollera att du gjort rätt? (Tips, använd multiplikation)

Den typen av uppgifter som du nyss löst brukar kallas för *ekvationer*. Ordet *ekvation* kommer ifrån det latinska *aequo* som betyder "göra lika", och det är ju precis vad du har gjort. Du har sett till att ersätta x med ett tal som gör så att båda sidor om likhetstecknet är lika. Eller som de gamla grekerna skulle ha sagt: "Du har gjort lika". Detta kallas också för att *lösa ekvationen*.

Innan vi går vidare med ekvationslösning måste vi lära oss lite mer om hur man räknar med bokstäver, och nästa steg är att använda flera bokstäver i samma uttryck.

Förenkla så långt som möjligt.

399 a) $7x – 2x + y$ b) $5x – x + 2y + 4y$

400 a) $9x + 3x – 4y$ b) $3y + 3x – 2y – x$

401 a) $8y + x – 4y + 2x$ b) $20y – 10x – 5y + 15x$

402 a) $5z + 2x + 8y + 2z$ b) $2x + 7z – 2y + 2z – 5y$

Nästa steg är att börja använda parenteser i uttrycken också. Du kommer väl ihåg att om det står ett minustecken framför en parentes

Så en vinkel *v* har både ett sinusvärde och ett cosinusvärde.

483 Rita nu en rätvinklig triangel där vinkeln *v* är 45º.
a) Vad har den vinkeln för sinusvärde?
b) Stämmer det på värdet i tabellen?
c) Vad har den vinkeln för cosinusvärde?
d) Stämmer det på värdet i tabellen?

Använd nu en miniräknare som har inbyggda funktioner för att beräkna sinus och cosinus. Avrunda till 3 decimaler.

484 a) cos 45° b) sin 45° c) cos 60°

485 a) sin 15° b) sin 90° c) cos 90°

486 a) sin 0° b) cos 0° c) sin 30°

Beräkna med hjälp av rätvinkliga trianglar. Avrunda till 2 decimaler.

487 a) sin 25° b) cos 50° c) sin 40°

488 a) cos 15° b) sin 70° c) cos 45°

489 a) cos 75° b) cos 60° c) sin 65°

490 Vad är cos 30° om du vet att sin 60° ≈ 0,87?

491 Vad är sin 45° om du vet att cos 45° ≈ 0,71?

Räkna med sinus och cosinus

Låt oss nu gå ett steg vidare.

Antag att $\sin v = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusa}} = 0{,}5$ och antag också att triangelns hypotenusa är 6 cm. Hur lång är då motstående katet?

Ovanstående sinusekvation kan ju skrivas som:
hypotenusa · sin *v* = motstående katet , eller hur?

Alltså är det bara att multiplicera 6 med 0,5.
Svar: Motstående katet är 3 cm lång

Likadant är det med cosinusekvationen:

444 a)

$$4x-2+3x-12-x=2$$
$$6x-14=2$$
$$6x-14+14=2+14$$
$$6x=16$$
$$\frac{6x}{6}=\frac{16}{6}$$
$$x=\frac{16}{6}$$

(dividera med 2 uppe och nere)

$$x=\frac{\frac{16}{2}}{\frac{6}{2}}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$$

b)

$$\frac{5x}{4}-2=3$$
$$\frac{5x}{4}-2+2=3+2$$
$$\frac{5x}{4}=5$$
$$\frac{5x}{4}\cdot 4=5\cdot 4$$
$$5x=20$$
$$\frac{5x}{5}=\frac{20}{5}$$
$$x=4$$

445 a)

$$3{,}5x+4{,}2-2x-6=1{,}2$$
$$1{,}5x-1{,}8=1{,}2$$
$$1{,}5x-1{,}8+1{,}8=1{,}2+1{,}8$$
$$1{,}5x=3$$
$$\frac{1{,}5x}{1{,}5}=\frac{3}{1{,}5}$$
$$x=2$$

b)

$$12=\frac{4x}{5}+9$$
$$12-9=\frac{4x}{5}+9-9$$
$$3=\frac{4x}{5}$$
$$3\cdot\frac{5}{4}=\frac{4x}{5}\cdot\frac{5}{4}\text{ (två steg på en gång)}$$
$$\frac{15}{4}=x$$
$$x=3\frac{3}{4}$$

446 Antag att Maja har M kr.

Vilken bokstav vi använder spelar ingen roll.
Det måste inte vara x, utan det kan vara t.ex. M som i Maja.

Om Maja har M kr så har Stina (M + 25) kr

Tillsammans ska de ha 111 kr:
M + (M + 25) = 111

2·M + 25 = 111

2·M = 86

M = 43

Stina = M + 25 = 43 + 25 = 68

Svar: Maja har 43 kr och Stina har 68 kr.

(Kontrollera svaret genom att summera! Blir det 111?)

447 Antag att Lena har L kr.

Om Lena har L kr så har Anders (L + 5) kr

Tillsammans ska de ha 55 kr:
L + (L + 5) = 55

2·L + 5 = 55

2·L = 50

L = 25

Anders = L + 5 = 25 + 5 = 30

Svar: Lena har 25 kr och Anders har 30 kr.

(Glöm inte att kontrollera svaret!)