



Matematik

EXTRAUPPGIFTER FÖR SKOLÅR 7-9

Sandell Utbildning

Matematik – Extrauppgifter för skolår 7-9

Pärm med kopieringsunderlag.

Fri kopieringsrätt inom utbildningsenheten!

Författare: Mikael Sandell

Copyright © 2006 Sandell Utbildning

Andra upplagan, första tryckningen

Senast reviderad 2004-09-15

ISBN 91-975374-0-3

Sandell Utbildning
Sydhamnsvägen 57
151 38 SÖDERTÄLJE

E-post info@sandellutbildning.se
WWW www.sandellutbildning.se

2012-10-26

Licensen ändrad till en Creative Commons licens som ger skolan rätt att GRATIS kopiera upp materialet för användning i undervisningen.

Innehållsförteckning

INNEHÅLLSFÖRTECKNING	2
FÖRORD	4
1 DE FYRA RÄKNESÄTTEN	6
2 TIOSYSTEMET	11
3 UTTRYCK MED FLERA RÄKNESÄTT	14
4 NEGATIVA TAL	16
5 BRÅKFORM, DECIMALFORM, PROCENTFORM	18
<i>"Det hela" är 100 procent</i>	<i>18</i>
6 RÄKNA MED BRÅK	23
7 KLOCKAN	25
8 TIDSZONER	27
9 GEOMETRISKA BEGREPP	28
10 VÄG, TID, FART	33
11 POTENSER	35
<i>Stora och små tal i potensform</i>	<i>38</i>
<i>Grundpotensform</i>	<i>38</i>
12 PREFIX – STORA OCH SMÅ TAL	40
13 ALGEBRA OCH EKVATIONER	42
<i>Hur löser man en ekvation?</i>	<i>51</i>
14 FUNKTIONER	53
15 SANNOLIKHET	57
16 TRIGONOMETRI	60
<i>Sinusvärden</i>	<i>61</i>
<i>Enkel tabell för sinus</i>	<i>62</i>
<i>Cosinusvärden</i>	<i>63</i>
<i>Enkel tabell för cosinusvärden</i>	<i>64</i>
<i>Räkna med sinus och cosinus</i>	<i>65</i>
FACIT – DE FYRA RÄKNESÄTTEN	68
FACIT – TIOSYSTEMET	69
FACIT – UTTRYCK MED FLERA RÄKNESÄTT	70
FACIT – NEGATIVA TAL	71

FACIT – BRÅKFORM, DECIMALFORM, PROCENTFORM	72
FACIT – RÄKNA MED BRÅK	74
FACIT – KLOCKAN	76
FACIT – TIDSZONER	77
FACIT – GEOMETRISKA BEGREPP	78
FACIT – VÄG, TID, FART	84
FACIT – POTENSER	86
FACIT – PREFIX, STORA OCH SMÅ TAL	91
FACIT – ALGEBRA OCH EKVATIONER	92
FACIT – FUNKTIONER	98
FACIT – SANNOLIKHET	99
FACIT – TRIGONOMETRI	100

Förord

Pärmen innehåller extrauppgifter för elever som behöver träna mer på de olika momenten i matematiken. Den spänner över alltifrån rena baskunskaper, såsom våra vanliga räknesätt, procent, bråk etcetera till algebra, funktioner, samt geometri och trigonometri.

Materialet gör så att du som lärare kan:

- Hitta fler uppgifter utöver dem som finns i er aktuella matematikbok. Bra när en elev behöver öva mer på ett visst moment.
- Dela ut ett material som ger en annan infallsvinkel på områden såsom t.ex. algebra. Bra när en elev behöver "ryckas upp" med *något annat*.
- Fritt kopiera delar eller hela pärmen för användning på skolan, under pärmens hela livstid. Pärmen levereras alltså med fri kopieringsrätt, obegränsad i tiden!

Teori och förklaringar är koncentrerade till de mer "krävande" områdena till exempel algebra och funktioner, så i huvudsak innehåller pärmen övningsuppgifter.

Kommentarer och förslag

Om ni ser möjligheter till förbättringar tar vi tacksamt emot dessa. Alla förslag beaktas mycket noga. Kontaktvägar finns i början på dokumentet och på webben.

Uppdateringar och rättelser

Eventuella ändringar och rättelser till materialet kommer att publiceras på webben och införas i den PDF som finns där för nedladdning.

Mycket nytta och nöje med detta material!

Mikael Sandell
Sandell Utbildning

Upptäck Rymdresan.se - ett övningsmaterial på webben

Extrauppgifter

1 De fyra räknesätten

Använd huvudräkning eller ställ upp talen om du behöver.

- | | | | |
|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | a) $26 + 19$ | b) $105 + 41$ | c) $98 + 54$ |
| 2 | a) $57 + 32$ | b) $611 + 72$ | c) $705 + 306$ |
| 3 | a) $41 + 13$ | b) $225 + 316$ | c) $1084 + 541$ |
| 4 | a) $512 + 256$ | b) $59 + 71$ | c) $3004 + 1821$ |
| 5 | a) $630 + 805$ | b) $95 + 38$ | c) $215 + 474$ |
| 6 | a) $403 + 38$ | b) $150 + 45$ | c) $120 + 345$ |
| 7 | a) $462 - 451$ | b) $122 - 98$ | c) $917 - 501$ |
| 8 | a) $211 - 156$ | b) $890 - 453$ | c) $106 - 97$ |
| 9 | a) $1804 - 702$ | b) $1334 - 325$ | c) $975 - 86$ |
| 10 | a) $799 - 410$ | b) $5207 - 2304$ | c) $101 - 55$ |
| 11 | a) $3045 - 677$ | b) $4210 - 1135$ | c) $2467 - 894$ |
| 12 | a) $1359 - 972$ | b) $559 - 416$ | c) $660 - 271$ |
| 13 | a) $5 \cdot 31$ | b) $7 \cdot 430$ | c) $3 \cdot 23$ |
| 14 | a) $9 \cdot 14$ | b) $12 \cdot 15$ | c) $13 \cdot 8$ |
| 15 | a) $8 \cdot 51$ | b) $11 \cdot 24$ | c) $25 \cdot 9$ |
| 16 | a) $15 \cdot 20$ | b) $12 \cdot 19$ | c) $16 \cdot 23$ |
| 17 | a) $11 \cdot 32$ | b) $25 \cdot 25$ | c) $57 \cdot 46$ |
| 18 | a) $22 \cdot 13$ | b) $8 \cdot 38$ | c) $62 \cdot 21$ |
| 19 | a) $\frac{120}{6}$ | b) $\frac{287}{7}$ | c) $\frac{488}{4}$ |

20 a) $\frac{162}{9}$ b) $\frac{512}{32}$ c) $\frac{1024}{8}$

21 a) $\frac{231}{11}$ b) $\frac{75}{15}$ c) $\frac{248}{8}$

22 a) $\frac{300}{15}$ b) $\frac{228}{19}$ c) $\frac{368}{16}$

23 a) $\frac{352}{22}$ b) $\frac{750}{3}$ c) $\frac{114}{38}$

24 a) $\frac{253}{11}$ b) $\frac{4096}{64}$ c) $\frac{300}{60}$

25 Vad är kvoten av 21 och 7?

26 Om kvoten ska bli 60 och täljaren är 120. Vad är då nämnaren?

27 Om kvoten ska bli 25 och nämnaren är 2. Vad är då täljaren?

28 Vad blir summan av 52 och 48?

29 Om summan är 104 och ena termen är 57.
Vad är då den andra termen?

30 Ena faktorn är 41 och den andra faktorn är 3. Vad blir resultatet?

31 Om produkten är 150 och ena faktorn är 5.
Vad är då den andra faktorn?

32 Talet 26 subtraheras med 7. Vad blir resultatet?

33 Vad blir differensen av 26 och 18?

Använd uppställningar för att lösa uppgifterna.

34 a) $26,5 + 13,4$ b) $5,45 + 3,34$

35 a) $76,29 + 13,05$ b) $147,009 + 34,48$

36 a) $12,47 + 14,86$ b) $103,05 + 498,54$

37 a) $102576,16 + 1322,051$ b) $5964,006 + 3205,281$

38 a) $97,50 - 45,10$ b) $102,79 - 31,62$

- 39 a) $209,105 - 49,207$ b) $138,52 - 79$
- 40 a) $313,46 - 124,58$ b) $1359,5 - 972,85$
- 41 a) $10457,437 - 1322,051$ b) $4924,006 - 3205,281$
- 42 a) $16,3 \cdot 5$ b) $31,20 \cdot 3,3$ c) $42,05 \cdot 21,53$
- 43 a) $1,2 \cdot 1,504$ b) $11,2 \cdot 3$ c) $25,1 \cdot 9,1$
- 44 a) $21,94 \cdot 478,34$ b) $0,62 \cdot 35,85$ c) $86,8 \cdot 12$
- 45 a) $345,60 \cdot 6,73$ b) $13,05 \cdot 21,7$ c) $94,12 \cdot 4,5$
- 46 a) $0,08 \cdot 0,51$ b) $1,13 \cdot 24,54$ c) $253,58 \cdot 9,08$
- 47 a) $162,07 \cdot 21,31$ b) $\frac{462}{11}$ c) $\frac{749,92}{43}$
- 48 a) $\frac{114}{76}$ b) $\frac{4040}{64}$ c) $\frac{150}{96}$
- 49 a) $\frac{32,4}{22,5}$ b) $\frac{10,982}{38}$ c) $\frac{41,94}{93,2}$
- 50 a) $\frac{455,65}{650}$ b) $\frac{995,17}{456,5}$ c) $\frac{150,8}{52}$
- 51 a) $\frac{4096}{64}$ b) $\frac{460}{25}$ c) $\frac{750}{3}$
- 52 a) $\frac{114}{38}$ b) $\frac{2048}{256}$ c) $\frac{1500}{30}$

Använd huvudräkning eller uppställning.

- 53 Anders köpte 3 liter mjölk för 21,15 kronor.
a) Vad kostade mjölken per liter?
b) Hur mycket får Anders tillbaka på 100 kr?
- 54 Färgen kostade 110,50 kronor per burk och det gick åt 7 burkar.
Lotta fick en tusenlapp att betala med.
a) Hur mycket kostade ommålningen?
b) Hur mycket pengar blev över?

- 55** 512 MB RAM till datorn kostade 559 kronor. Helena köpte 2048 MB. Vad fick hon betala?
- 56** David fick löneförhöjning, från 90,50 kr/timme till 93 kr/timme.
a) Hur mycket mer tjänade han per dag?
b) Hur mycket mer per vecka?
(8 timmar per dag och 5 arbetsdagar per vecka)

Addition och subtraktion med fler termer än två.
--

- 57** a) $28 - 10 - 8$ b) $7 + 6 - 2$
- 58** a) $56 + 2 - 46$ b) $120 - 40 - 55$
- 59** a) $29 - 14 + 15 - 6$ b) $11 + 98 - 5 + 1$
- 60** a) $18 - 9 + 59 - 27$ b) $501 - 37 + 5 - 80$
- 61** a) $15 - 18 + 5 + 23$ b) $70 - 9 - 14 + 3$
- 62** a) $2 - 500 + 625 - 50$ b) $49 + 57 - 16 + 98$

Multiplikation med flera faktorer.

- 63** a) $3 \cdot 6 \cdot 3$ b) $5 \cdot 4 \cdot 8$ c) $2 \cdot 7 \cdot 5$
- 64** a) $4 \cdot 3 \cdot 8$ b) $10 \cdot 2 \cdot 4$ c) $8 \cdot 7 \cdot 3$
- 65** a) $10 \cdot 10 \cdot 3$ b) $5 \cdot 2 \cdot 25$ c) $6 \cdot 6 \cdot 12 \cdot 2$
- 66** a) $4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3$ b) $3 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 4$ c) $4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 9$

Avrunda till hela centimeter.

- 67** a) 5,6 cm b) 7,4 cm c) 12,48 cm
- 68** a) 0,8 cm b) 8,1 cm c) 10,51 cm
- 69** a) 24,45 cm b) 100,90 cm c) 0,1 cm
- 70** a) 16,14 cm b) 121,95 cm c) 19,40 cm

Avrunda till 2 decimaler.

- 71 a) 1,252 b) 54,321 c) 49,455
- 72 a) 152,906 b) 0,985 c) 1,55556
- 73 a) 79,385 b) 2,229 c) 13,243
- 74 a) 52,1645 b) 45,665 c) 6,896

2 Tiosystemet

Vilket värde har 5:an i följande tal?

- 75 a) 15 b) 13523 c) 259
- 76 a) 705204 b) 34,53 c) 1,05
- 77 a) 923,75 b) 23503301 c) 0,005
- 78 a) 578321300 b) 503,216 c) 005,000

Skriv talen som en summa, t.ex. $3205 = 3000 + 200 + 5$

- 79 a) 301 b) 525 c) 15
- 80 a) 247 b) 7450 c) 2004
- 81 a) 10400 b) 952 c) 479200
- 82 a) 1225500 b) 76324 c) 798200

Skriv talen som en summa, men skriv nu t.ex. $7 \cdot 1000$ istället för 7000, för att tydligt markera att talet innehåller 7 tusental.

Ex. $7508 = \underline{7} \cdot 1000 + \underline{5} \cdot 100 + \underline{0} \cdot 10 + \underline{8} \cdot 1$,
dvs. 7 tusental, 5 hundratal, 0 tiotal och 8 ental.

- 83 a) 550 b) 53 c) 17
- 84 a) 95 b) 7001 c) 681
- 85 a) 523 b) 889 c) 49
- 86 a) 50940 b) 20019 c) 15610

Nu lägger vi till decimaler också.

- 87 a) 50,1 b) 34,25 c) 120,05
- 88 a) 500,025 b) 5340,325 c) 4003,092

- 89** a) 0,457 b) 0,00018 c) 350,024

Multiplikation med 10, 100 och 1000

- 90** a) $2 \cdot 10$ b) $4 \cdot 100$ c) $3 \cdot 10$
- 91** a) $100 \cdot 4,5$ b) $5,4 \cdot 10$ c) $2 \cdot 100$
- 92** a) $3 \cdot 100$ b) $0,7 \cdot 1000$ c) $100 \cdot 5$
- 93** a) $10 \cdot 4,5$ b) $1000 \cdot 0,02$ c) $100 \cdot 24,7$
- 94** a) $68,40 \cdot 100$ b) $150 \cdot 1000$ c) $0,09 \cdot 10$
- 95** a) $0,004 \cdot 10$ b) $0,90 \cdot 10$ c) $2,311 \cdot 1000$
- 96** a) $8,7 \cdot 100$ b) $36,62 \cdot 100$ c) $73,28 \cdot 1000$

Division med 10, 100 och 1000

- 97** a) $\frac{30}{10}$ b) $\frac{20}{10}$ c) $\frac{45}{10}$
- 98** a) $\frac{92}{10}$ b) $\frac{300}{100}$ c) $\frac{200}{100}$
- 99** a) $\frac{453}{100}$ b) $\frac{850}{100}$ c) $\frac{250,5}{1000}$
- 100** a) $\frac{5,24}{10}$ b) $\frac{35,49}{100}$ c) $\frac{4589}{1000}$

Multiplikation med 0,1 0,01 och 0,001

- 101** a) $500 \cdot 0,1$ b) $500 \cdot 0,01$ c) $350 \cdot 0,1$
- 102** a) $350 \cdot 0,01$ b) $5,4 \cdot 0,1$ c) $2 \cdot 0,01$
- 103** a) $3 \cdot 0,01$ b) $0,7 \cdot 0,001$ c) $0,01 \cdot 5$
- 104** a) $0,1 \cdot 4,5$ b) $0,001 \cdot 0,02$ c) $0,01 \cdot 24,7$

- 105 a) $68,40 \cdot 0,01$ b) $150 \cdot 0,001$ c) $0,09 \cdot 0,1$
- 106 a) $0,004 \cdot 0,1$ b) $0,90 \cdot 0,1$ c) $2,311 \cdot 0,001$
- 107 a) $8,7 \cdot 0,01$ b) $36,62 \cdot 0,01$ c) $26,15 \cdot 0,001$

Division med 0,1 0,01 och 0,001

- 108 a) $\frac{30}{0,1}$ b) $\frac{30}{0,01}$ c) $\frac{45}{0,1}$
- 109 a) $\frac{92}{0,1}$ b) $\frac{300}{0,01}$ c) $\frac{200}{0,01}$
- 110 a) $\frac{453}{0,001}$ b) $\frac{850}{0,01}$ c) $\frac{250,5}{0,001}$
- 111 a) $\frac{5,24}{0,1}$ b) $\frac{35,49}{0,001}$ c) $\frac{4589}{0,01}$

3 Uttryck med flera räknesätt

Om ett uttryck innehåller flera olika räknesätt så utförs alltid multiplikation och division före addition och subtraktion.

112 a) $4 + 3 \cdot 2$ b) $7 + 10 \cdot 4$ c) $4 \cdot 5 + 6$

113 a) $18 \cdot 2 - 10$ b) $2 \cdot 4 + 5 \cdot 2$ c) $3 + 3 \cdot 3$

114 a) $15 + 4 \cdot 2 + 8$ b) $2 \cdot 8 \cdot 2 - 4$ c) $2 + 5 \cdot 2$

115 a) $10 - 2 \cdot 3$ b) $4 \cdot 3 + 7$ c) $3 \cdot 3 \cdot 9 - 1$

116 a) $15 - 5 \cdot 4 + 7$ b) $12 - 4 + 6 \cdot 6$ c) $6 / 2 - 1$

117 a) $3 + 18 / 3$ b) $21 \cdot 2 + 10 / 5$ c) $24 / 6 - 3 + 4 \cdot 9$

118 a) $8 \cdot 3 / 3 + 13$ b) $55 - 50 / 10$ c) $15 \cdot 3 + 12 / 2$

Hur skriver man om man faktiskt vill att plus eller minus ska gå före multiplikation eller division, t.ex. om man först vill slå ihop $2 + 3$ och sedan multiplicera resultatet med 5, dvs. man vill få fram 25 som det totala resultatet.

Om man skulle skriva $2 + 3 \cdot 5$ så skulle man inte få 25 utan 17, eller hur?

Det är nu som parenteser kommer in i matematiken. Låt oss skriva så här istället: $(2 + 3) \cdot 5$ Med parenteserna markerar vi att 2:an ska adderas med 3:an innan man multiplicerar med 5.

När det gäller division så är det i vanliga fall ganska klart vad som ska räknas ut först. Det är bara när divisionstecknet ser ut så här / som parenteser måste användas.

Till exempel ger $(3 + 18) / 3$ och $3 + 18 / 3$ två olika resultat, eller hur?

Men om divisionen skrivs $\frac{3+18}{3}$ istället, så behövs inga parenteser.

119 a) $(1 + 1) \cdot 2$ b) $(5 - 2) \cdot 2$

120 a) $(6 + 3) \cdot 2$ b) $4 \cdot (4 - 1)$

121 a) $(2 + 5) \cdot 2$ b) $(10 - 2) \cdot 3$

122 a) $4 \cdot (3 + 7)$

b) $3 \cdot 3 \cdot (9 - 1)$

123 a) $(15 - 5) \cdot (4 + 7)$

b) $(12 - 4 + 6) \cdot 6$

124 a) $6 / (2 - 1)$

b) $(3 + 18) / 3$

125 a) $21 \cdot (2 + 10) / 5$

b) $24 / (6 - 3) + 4 \cdot 9$

126 a) $8 \cdot 3 / (3 + 3)$

b) $(55 - 50) / 10$

Egentligen skrivs inte multiplikationstecknet ut om det står bredvid en parentes. $4 \cdot (3 + 7)$ skrivs alltså egentligen $4(3 + 7)$.

Man behöver öva för att bli van vid detta.

127 a) $8(5 + 4)$

b) $2(3 + 3)$

128 a) $(6 + 1)3$

b) $8(2 + 7)$

129 a) $5(3 - 1)$

b) $(4 - 2)6$

130 a) $3(10 + 2)$

b) $10(12 + 3)$

Nu ökar vi storleken på uttrycken lite.

131 a) $7(5 + 3) + 12$

b) $8(10 - 4) + 15$

132 a) $(20 - 12)2 + 4$

b) $(14 + 21)3 - 23$

133 a) $11 + 6(8 + 2) - 3$

b) $(5 + 3) + 3(8 - 2)$

134 a) $31(15 + 7) + 11$

b) $41 - 75(2 + 9) + 75$

135 a) $10(5 - 2) + 20(10 - 5)$

b) $25 + 30(20 - 18) + 15$

136 a) $2 \cdot 4(16 + 4) - 60(10 - 8)$

b) $50 \cdot 3(15 - 10)$

137 a) $12(1 + 7 + 3) + 12$

b) $13 - 6(22 - 5 + 9) + 75$

4 Negativa tal

Mycket tidigt i matematikens historia upptäckte man ett behov av negativa tal. Man var helt enkelt tvungna att införa negativa tal, tal som är mindre än noll.

Beräkna.

138 a) $5 - 7$

b) $4 - 8$

c) $9 - 15$

139 a) $54 - 85$

b) $30 - 41$

c) $14 - 50$

140 a) $24 - 10 - 20$

b) $78 - 100 + 11$

c) $62 - 98 + 40$

Låt oss nu titta på följande tabeller:

$$8 + 4 = 12$$

$$8 + 3 = 11$$

$$8 + 2 = 10$$

$$8 + 1 = 9$$

$$8 + 0 = 8$$

$$8 + (-1) = ?$$

Vi förstår att $8 + (-1) = 7$

$$8 - 4 = 4$$

$$8 - 3 = 5$$

$$8 - 2 = 6$$

$$8 - 1 = 7$$

$$8 - 0 = 8$$

$$8 - (-1) = ?$$

På samma sätt förstår vi att $8 - (-1) = 9$

Kom-ihåg-regeln är "lika tecken ger plus, olika tecken ger minus"

Beräkna.

141 a) $7 + (-3)$

b) $5 + (-3)$

c) $2 - (-6)$

142 a) $4 - (-3)$

b) $(-3) + 2$

c) $2 + (-3)$

143 a) $(-9) - 2$

b) $(-2) + 5 + (-3)$

c) $(-6) - (-3)$

144 a) $13 - (-2)$

b) $(-13) + 5$

c) $4 - (-3)$

145 a) $(-6) + (-4) + (-3)$

b) $(-2) + 5 + (-3) - (-6) - (-3)$

Hur blir det med multiplikation med negativa tal?

En multiplikation kan ju alltid skrivas som en addition,

$$4 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$4 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) + (-2) = -8$$

Men hur kan det tänkas bli om båda faktorerna är minus?

Låt oss göra en tabell igen:

$$3 \cdot (-2) = -6$$

$$2 \cdot (-2) = -4$$

$$1 \cdot (-2) = -2$$

$$0 \cdot (-2) = 0$$

$$(-1) \cdot (-2) = ?$$

Tja, om det ska vara någon rim och reson så måste $(-1) \cdot (-2)$ bli 2, eller hur?

Även här gäller alltså kom-ihåg-regeln:

"Lika tecken ger plus, olika tecken ger minus"

Beräkna.

146 a) $2 \cdot (-2)$

b) $5 \cdot (-3)$

c) $3 \cdot (-4)$

147 a) $(-2) \cdot (-2)$

b) $(-3) \cdot 7$

c) $(-5) \cdot (-12)$

148 a) $(-5) - (-4)$

b) $\frac{-30}{6}$

c) $\frac{-25}{-5}$

149 a) $17 - (-10)$

b) $\frac{20}{-4}$

c) $\frac{-15}{-3}$

Nu ökar vi på med decimaler också.

Beräkna.

150 a) $1,5 - (-2,0)$

b) $2,4 - (-3,1)$

c) $(-10,2) - 13,7$

151 a) $(-2,8) + (-1,4)$

b) $(-5,1) + 4,2$

c) $(-45,3) + 70,2$

152 a) $(-3,1) \cdot 10,8$

b) $(-3,5) + 4,0$

c) $(-7,6) + (-8,9)$

5 Bråkform, decimalform, procentform

- 153 a) Vilken del av ett bråk kallas täljare?
 b) Vilken del av ett bråk kallas nämnare?

- 154 a) Vad kallas resultatet av en division?
 b) Är ett bråk också en division?

Skriv som bråk.

- 155 a) en halv b) en fjärdedel
 156 a) en tredjedel b) en femtedel
 157 a) två femtedelar b) tre sjundedelar
 158 a) sju fjärdedelar b) fem åttondelar
 159 a) tolv sextondelar b) tre fjärdedelar
 160 a) två niondelar b) en nittondel

"Det hela" är 100 procent

Procent betyder på hundra.

En procent betyder då alltså en på hundra, eller en hundradel.

50 procent = 50 hundradelar, dvs. hälften av en hel.

100 procent = 100 hundradelar, dvs. det hela, en hel, alltsammans.

Skriv dessa vanliga procenttal som bråk.

- 161 a) 50 % b) 25 %
 162 a) 10 % b) 1 %
 163 a) 100 % c) 20 %

Om du har 200 kr. Hur mycket är då ...

- 164 a) 50 % b) 25 % c) 75 %

- 165 a) 100 % b) 10 % c) 1 %

Om du har ett rep som är 8 meter långt. Hur många meter är då ...

- 166 a) 25 % b) 50 % c) 100 %

- 167 a) 1 % b) 12,5 % c) 10 %

Hur långt är 25 % av ...

- 168 a) 160 m b) 500 m c) 40 cm

- 169 a) 1200 m b) 4 mil c) 800 km

Hur *många* är 75 % av ...

- 170 a) 24 st b) 200 st c) 60 st

- 171 a) 120 st b) 48 st c) 12 st

Omvandla följande bråk till ett bråk i blandad form.

- 172 a) fem fjärdedelar b) fem tredjedelar

- 173 a) tolv femtedelar b) tjugo sjättedelar

- 174 a) fjorton åttondelar b) nio femtedelar

- 175 a) tretton tiondelar b) femton niondelar

Skriv i decimalform och i procentform.

- 176 a) $\frac{5}{10}$ b) $\frac{55}{100}$ c) $3\frac{1}{4}$

- 177 a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{5}{20}$ c) $\frac{7}{1}$

- 178 a) $\frac{25}{1000}$ b) $\frac{15}{10}$ c) $3\frac{20}{10}$

Skriv i bråkform (använd blandad form om så behövs!), och i procentform.

- 179** a) 0,40 b) 0,04 c) 4,04
- 180** a) 4,10 b) 0,25 c) 0,50
- 181** a) 0,52 b) 0,75 c) 3,25

Skriv i procentform.

- 182** a) 0,03 b) 0,5 c) 0,1
- 183** a) 0,45 b) $\frac{5}{20}$ c) $\frac{5}{10}$
- 184** a) 0,95 b) $\frac{5}{1000}$ c) 0,001

Vilket bråk är störst?

- 185** a) $\frac{3}{5}$ eller $\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{7}$ eller $\frac{7}{7}$
- 186** a) $\frac{6}{8}$ eller $\frac{1}{1}$ b) $\frac{9}{15}$ eller $\frac{9}{10}$
- 187** a) $\frac{20}{5}$ eller $\frac{20}{10}$ b) $\frac{100}{15}$ eller $\frac{200}{28}$

Vilket bråk är minst?

- 188** a) $\frac{33}{5}$ eller $\frac{12}{5}$ b) $\frac{3}{43}$ eller $\frac{3}{44}$
- 189** c) $\frac{6}{8}$ eller $\frac{12}{1}$ b) $\frac{9}{15}$ eller $\frac{17}{30}$

Om det du har ökar med 50 %. Hur mycket har du då om du från början har ...

- 190** a) 100 kr b) 50 kr c) 150 kr

191 a) 10 kr b) 200 kr c) 500 kr

Om det du har ökar med 25 %. Hur mycket har du då om du från början har ...

192 a) 20 kr b) 120 kr c) 40 kr

193 a) 25 kr b) 80 kr c) 1200 kr

Antag att dina pengar har ökat med 50 %. Hur mycket hade du innan ökningen om du nu efter ökningen har ...

194 a) 150 kr b) 300 kr c) 75 kr

195 a) 120 kr b) 450 kr c) 90 kr

Antag att dina pengar har ökat med 10 %. Hur mycket hade du innan ökningen om du nu efter ökningen har ...

196 a) 110 kr b) 22 kr c) 55 kr

197 a) 550 kr b) 121 kr c) 82,50 kr

Om det du har minskar med 10 %. Hur mycket har du då om du från början har ...

198 a) 150 kr b) 300 kr c) 75 kr

199 a) 120 kr b) 450 kr c) 90 kr

Antag att priset på en viss vara har ökat. Med hur många procent har priset ökat om varan från början kostade 250 kr, men nu kostar ...

200 a) 275 kr b) 300 kr c) 375 kr

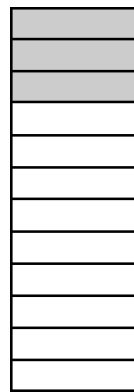
201 a) 280 kr b) 312,50 kr c) 437,50 kr

För varje figur nedan, ange hur stor del av figuren är fylld samt hur stor del som inte är fylld. Svaren ska skrivas i a) ... bråkform, b) ... procentform och c) ... decimalform

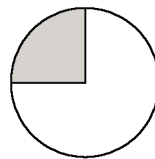
202



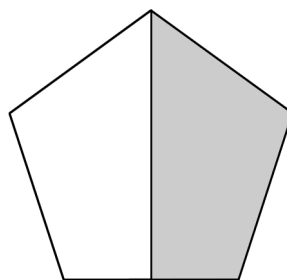
203



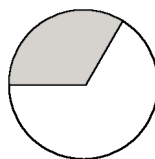
204



205



206



6 Räkna med bråk

Räkna ut och förenkla om det går.

207 a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$

208 a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{4}$ b) $\frac{5}{20} + \frac{3}{20}$ c) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9}$

209 a) $\frac{2}{7} + \frac{5}{7}$ b) $1\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$ c) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

210 a) $1 - \frac{4}{9}$ b) $\frac{4}{12} + \frac{6}{12} + 3$ c) $\frac{12}{10} + \frac{8}{10}$

Omvandla bråken till decimalform först vid behov.

211 a) $\frac{1}{2} + 0,5$ b) $\frac{1}{4} + 0,25$ c) $\frac{1}{5} + 1,2$

212 a) $\frac{2}{8} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{5} + \frac{2}{4}$ c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

213 a) $\frac{7}{5} - 1,4$ b) $\frac{4}{8} + \frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{10} + 0,3$

214 a) $5\frac{1}{4} + 2,1$ b) $2\frac{2}{8} + 3\frac{1}{4} - 5,1$ c) $1\frac{1}{5} - 2,3 + 2\frac{3}{6}$

215 a) $\frac{4}{10} + 0,3$ b) $5\frac{1}{4} + 2,1$ c) $12 - 6\frac{1}{10}$

216 a) $7\frac{5}{25} + 9$ b) $\frac{4}{10} + 2\frac{5}{20} + 1,5$ c) $\frac{25}{5} + 6\frac{7}{28} + 5,5$

Om man multiplicerar både täljare och nämnare med samma tal, så förändras inte bråkets värde. Detta kallas att man förlänger ett bråk.

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

Omvandla bråken genom att använda förlängning om det behövs. Det underlättar uträkningen om bråken har samma nämnare, eller hur?

217 a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$ b) $\frac{3}{8} + \frac{5}{16}$ c) $\frac{3}{8} - \frac{5}{16}$

218 a) $\frac{5}{20} + \frac{2}{10}$ b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$

219 a) $\frac{7}{8} - \frac{5}{10}$ b) $1\frac{4}{7} + \frac{3}{9}$ c) $\frac{15}{4} - \frac{5}{12}$

Om man dividerar både täljare och nämnare med samma tal, så förändras inte bråkets värde. Detta kallas att man förkortar ett bråk.

$$\frac{2}{8} = \frac{2/2}{8/2} = \frac{1}{4}$$

Förkorta med 2.

220 a) $\frac{4}{6}$ b) $\frac{6}{10}$ c) $\frac{2}{16}$

221 a) $\frac{10}{20}$ b) $\frac{50}{40}$ c) $\frac{24}{52}$

Förkorta med 3. Om det går, så förkorta gärna flera gånger.

222 a) $\frac{3}{6}$ b) $\frac{6}{24}$ c) $\frac{12}{33}$

223 a) $\frac{9}{21}$ b) $\frac{36}{48}$ c) $\frac{6}{12}$

Förkorta med så mycket som möjligt.

224 a) $\frac{12}{16}$ b) $\frac{6}{42}$ c) $\frac{16}{64}$

225 a) $\frac{8}{20}$ b) $\frac{18}{21}$ c) $\frac{30}{210}$

7 Klockan

Omvandla de utskrivna klockslagen till xx.xx (t.ex. 12.30).

226 a) halv tio på förmiddagen b) tjugo över nio på kvällen

227 a) kvart i fyra på morgonen b) tio i elva på kvällen

228 a) fem över halv åtta på morgonen
b) fem i tolv på förmiddagen

229 a) tjugo i tio på kvällen
b) sju minuter över halv åtta på kvällen

230 a) tre minuter i sju på morgonen
b) kvart över två på eftermiddagen

Skriv följande klockslag med ord.

231 a) 12.30 b) 09.15 c) 20.30

232 a) 07.00 b) 10.20 c) 22.35

233 a) 05.35 b) 15.25 c) 06.45

234 a) 11.40 b) 13.45 d) 19.25

235 a) 08.10 b) 03.57 d) 17.35

236 a) 05.10 b) 21.59 c) 14.29

237 a) 08.01 b) 23.55 c) 12.21

Hur lång tid har det gått mellan dessa klockslag?

238 a) Från 11.20 till 14.20 b) Från 10.50 till 11.40

239 a) Från 23.05 till 03.15 b) Från 05.55 till 06.25

240 a) Från 13.12 till 23.11 b) Från 09.00 till 12.25

241 a) Från 14.50 till 16.40 b) Från 10.05 till 19.02

242 a) Från 01.03 till 05.47

b) 08.10 till 8.50

Det går 60 sekunder på en minut.

Det går 60 minuter på en timme.

Det går 24 timmar på ett dygn.

Det går 7 dygn på en vecka.

Det går 365 dagar på ett år (utom vid skottår då antalet dagar är 366)

Beräkna hur många hela dygn som gått mellan dessa tidpunkter.

243 a) Från måndag 09.00 till onsdag 10.00

b) Från tisdag 13.10 till fredag 13.20

244 a) Från söndag 23.30 till onsdag 05.30

b) Från fredag 16.00 till måndag 08.10

Beräkna nu hur många hela timmar som gått mellan dessa tidpunkter.

245 a) Från tisdag 15.00 till onsdag 16.30

b) Från torsdag 22.45 till onsdag 19.30

246 a) Från söndag 03.15 till tisdag 12.20

b) Från måndag 08.10 till fredag 16.00

Beräkna nu hur många minuter som gått mellan dessa tidpunkter.

247 a) Från måndag 15.04 till tisdag 11.10

b) Från lördag 12.45 till onsdag 09.30

248 a) Från söndag 07.45 till onsdag 19.30

b) Från onsdag 10.05 till fredag 12.55

Beräkna nu hur många sekunder som gått mellan dessa tidpunkter.

249 a) Från tisdag 10.00 till tisdag 15.00

b) Från tisdag 10.00 till onsdag 10.00

250 a) Från tisdag 10.00 till torsdag 18.10

b) Från tisdag 10.00 till måndag 08.56

8 Tidszoner

Jorden är ju som bekant uppdelad i olika tidszoner (se t.ex. <http://www.worldtimezone.com/>). Detta betyder t.ex. att om klockan är 12.00 i Stockholm, så är den 21.00 i Sydney, och 11.00 i London.

Hur mycket är klockan i ...

251 London om den är 15.00 i Stockholm

252 Stockholm om den är 15.00 i London

253 New York om den är 21.00 i Moskva

Lindas resa startar på Arlanda flygplats utanför Stockholm klockan 10.05 och resmålet är Moskva. Resan tar 2,5 timmar.

254 Vad visar klockorna i Moskva när hon landar?

255 Vad skulle pappa Olle svara om hon just då ringde hem och frågade vad klockan är i Stockholm?

256 Hur många timmar har hon "förlorat" under sin flygresä?

Lars resa startar också på Arlanda flygplats, fast klockan 07.00 och hans resmål är London.

257 Hur lång tid tar resan om han är framme i London 08:50 lokal tid?

258 Vad är klockan i Stockholm då?

Hanna reser med flyg från New York till Helsingfors. Avresan sker klockan 17.55 och tar 7 timmar.

259 Hur mycket är klockan lokal tid i Helsingfors när hon landar?

260 Hur mycket får hon ställa fram klockan?

9 Geometriska begrepp

Rita figurer som visar vad vi menar med ...

261 a) 4 cm och 4 cm² b) 5 cm och 5 cm²

262 Rita två olika figurer som båda har arean 8 cm²

263 Rita tre olika figurer som alla har arean 15 cm²

264 Rita tre olika rektanglar som alla har arean 8 cm²

Rita nu dels 1 dm² och 1 cm².

265 Hur många cm² får det plats på 1 dm²?

266 Hur många rader med cm² blir det?

267 Hur många kolumner med cm² blir det?

Rita en rektangel med arean ...

268 a) 8 cm² b) 16 cm² c) 20 cm²

269 a) 27 cm² b) 45 cm² c) 36 cm²

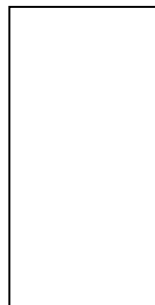
270 Nu kan du beskriva hur man räknar ut arean av en rektangel, eller hur? Skriv ner en liten beskrivning!

Beräkna både *omkrets* och *area* på dessa rektanglar.
Mät med linjal!

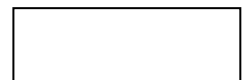
271 a)



b)

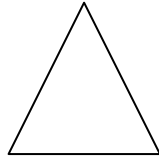


c)

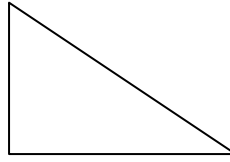


Beräkna arean och mät omkretsen på dessa trianglar. Mätresultaten ska avrundas till en decimal.

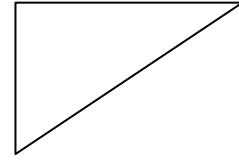
272 a)



b)



c)



Rita en triangel med arean ...

273 a) 2 cm^2

b) 4 cm^2

c) 6 cm^2

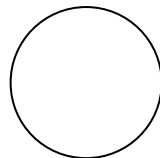
274 a) 10 cm^2

b) 12 cm^2

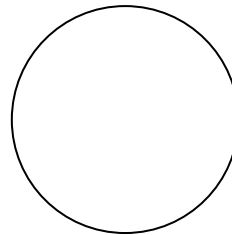
c) 8 cm^2

Beräkna både *omkrets* och *area* på dessa cirklar. Mät med linjal, och avrunda svaren till 2 decimaler. (Avrunda π till 3,14)

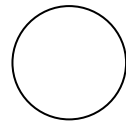
275 a)



b)



c)



Rita en cirkel med arean ...

276 a) $4 \cdot \pi \text{ cm}^2$

b) $16 \cdot \pi \text{ cm}^2$

c) $9 \cdot \pi \text{ cm}^2$

Rita en cirkel med omkretsen ...

277 a) $1 \cdot \pi \text{ cm}$

b) $3 \cdot \pi \text{ cm}$

c) $5 \cdot \pi \text{ cm}$

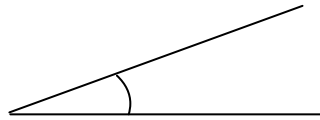
Rita en kvadrat med sidan 2 cm. Rita sedan en cirkel inne i denna kvadrat. Cirkeln ska vara så stor som möjligt.

278 Hur stor area har kvadraten?

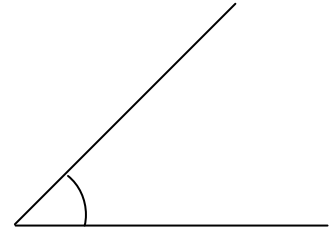
279 Hur stor area har cirkeln?

Hur stora är vinklarna? Mät med en gradskiva.

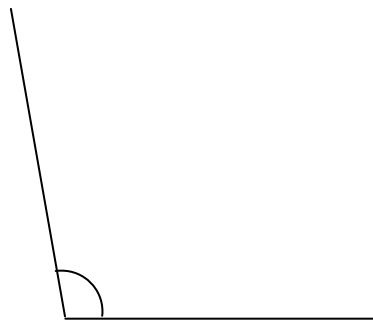
280 a)



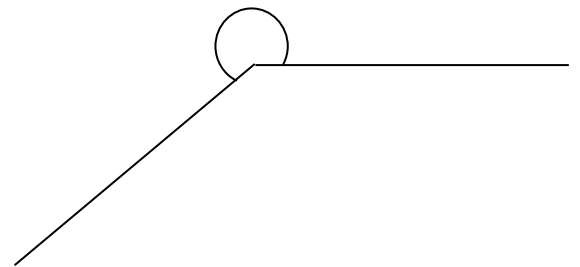
b)



281 a)



b)



282 a) Hur många grader är ett helt varv?

b) Hur många grader är ett halvt varv?

283 a) Hur många grader är ett kvarts varv?

b) Hur många grader är 2 varv?

Rita vinklar med graderna ...

284 a) 65°

b) 115°

c) 135°

285 a) 140°

b) 85°

c) 95°

286 a) 75°

b) 45°

c) 60°

Rita två räta (raka) linjer som skär varandra.

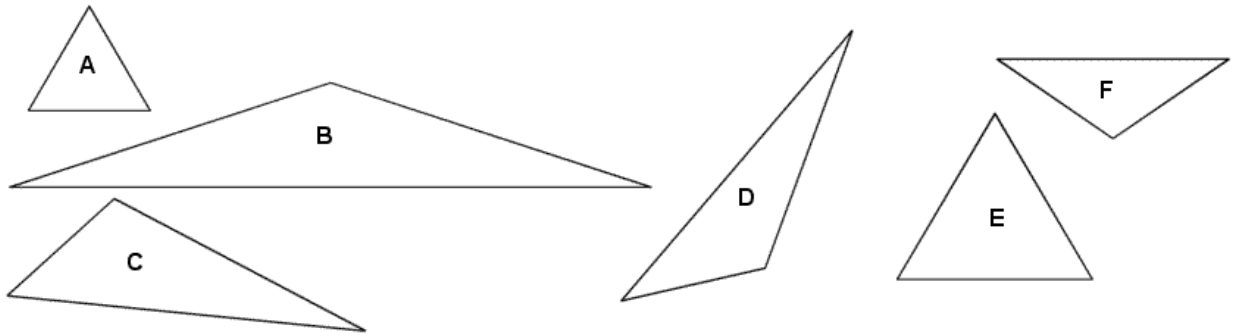
287 Hur många vinklar bildas?

288 Mät nu vinklarna och försök klura ut en regel för vinklarnas storlek. När du har kommit på regeln så ritar du två nya linjer som skär varandra, och kollar om du hade rätt.

289 Vilka av trianglarna ...

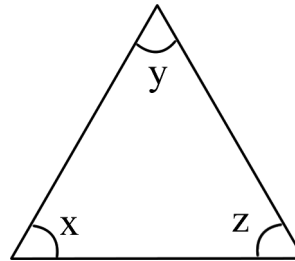
- a) ... har *minst en* trubbig vinkel
c) ... är liksidiga

- b) ... är likbenta



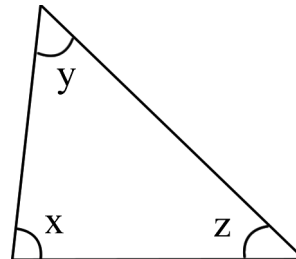
290 a) Hur stora är vinklarna x , y och z ?

- b) Vad är vinkelsumman $x + y + z$?



291 a) Hur stora är vinklarna x , y och z ?

- b) Vad är vinkelsumman $x + y + z$?



292 Är vinkelsumman *alltid* samma i *alla* trianglar?

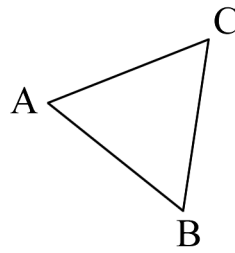
Rita trianglar där 2 av vinklarna är ...

293 a) 75° och 45°

b) 30° och 55°

a) 60° och 60°

När man pratar om trianglar så är det lämpligt att kalla hörnen och vinklarna för något. Väldigt ofta kallas triangelns hörn för A, B och C. (De bör dessutom döpas motsols.) Detta är inget som man *måste* göra, men det underlättar väldigt mycket både för en själv och för andra om man vänjer sig vid att använda dessa beteckningar.



Som ett exempel på hur bekvämt detta kan vara så kan vi nu till exempel säga till varandra: "Sidan AB ska vara 3 cm lång i den där triangeln", och vi båda skulle då veta vilken sida som vi pratar om, eller hur?

Dessutom skulle jag kunna säga: Vinkeln vid A ska vara 45° , eller skrivet på ett lite kompaktare sätt, $\sphericalangle A = 45^\circ$.

Låt oss nu prova på det här "triangelspråket" lite. Tveka inte att rita ut triangelarna. Det underlättar något enormt!

- 294** Rita följande triangel: $AB = 5$ cm, $AC = 5$ cm, $BC = 5$ cm
- 295** Vad kallas en sådan triangel?
- 296** Rita följande triangel: $AB = 3$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 6$ cm
- 297** Vad kallas en sådan triangel?
- 298** Rita en triangel där sidan $AB = 5$ cm, sidan $AC = 4$ cm och $\sphericalangle A = 30^\circ$. Hur lång blir sidan BC ?
- 299** Rita en triangel där $AB = 3$ cm, $BC = 8$ cm och $\sphericalangle B = 45^\circ$. Hur lång blir sidan AC ?
- 300** Om vinkel $\sphericalangle A = 45^\circ$ och $\sphericalangle B = 60^\circ$. Hur stor är då vinkeln $\sphericalangle C$?
- 301** Om vinkel $\sphericalangle B = 90^\circ$ och $\sphericalangle C = 60^\circ$. Hur stor är då vinkeln $\sphericalangle A$?
- 302** Om vinkel $\sphericalangle A = 90^\circ$ och sidan $AB = 3$ cm och sidan $AC = 4$ cm. Hur lång är då sidan BC ?
- 303** Vad kallas en triangel där en av vinklarna är 90° ?

10 Väg, tid, fart

Om det tar oss 1 timme att köra 70 km, så kan man säga att vi har kört med *medelhastigheten* 70 km/timme. Självklart körde vi säkert både saktare och fortare än 70 km/timme ibland. Men i *medeltal* så körde vi i 70 km/timme. Sagt på lite annat sätt: "Om vi skulle ha kört i exakt 70 km/timme i exakt en timme, så skulle vi ha kört exakt 70 km.

Vi mäter ofta hastighet i kilometer/timme, t.ex. bilen kör i 110 km/h (h = hour = timme). Men egentligen så är det meter/sekund som är den "rätta" grundenheten för hastighet, så det är dessa enheter vi kommer att använda här.

Om Eva kör i 50 km/h (50 kilometer per timme) så hinner hon 50 km på 1 timme, och 100 km på 2 timmar osv. Alltså kan vi säga att:

sträckan = hastigheten · tiden

Vanligast är att kalla sträckan för s , tiden för t och hastigheten för v (engelskans velocity). Så vi skulle kunna skriva ovanstående som:

$$s = v \cdot t$$

Detta samband kan ju skrivas om till $v = \frac{s}{t}$ eller till $t = \frac{s}{v}$, eller hur?

Kontrollera att man kan få fram dessa omskrivningar genom att dividera båda sidor med t eller med v .

Exempel

Lars körde 12 km på 10 minuter. Vilken medelhastighet körde han då med?

$$\text{Svar: } v = \frac{s}{t} = \frac{12 \cdot 1000}{10 \cdot 60} = 20 \text{ m/s}$$

Beräkna medelhastigheten.

304 Hur fort springer Vera i genomsnitt om hon springer 5 km på 30 minuter?

305 Hur fort kör Åke om han kör 250 km på 3 timmar?

306 Vilket är förhållandet mellan km/h och m/s?
(Hur många km/h är 1 m/s?)

- 307** Meteorologer säger ibland att det kommer att blåsa upp till t.ex. 15 "sekundmeter" (15 m/s).
Hur många km/h motsvarar detta?
- 308** Om en bil kör i 110 km/h. Hur många m/s motsvarar det?
- 309** Vem kör fortast, den som kör i 150 km/h eller den som kör i 50 m/s?
- 310** Hur lång tid tar det att åka till månen om man kör i 10 km/s?
(Avståndet till månen varierar, så leta först reda på vilket medelvstånd månen har till jorden.)

Blandade uppgifter.

- 311** Åke körde först i 100 km/h under 2 timmar. Sedan fortsatte han i 70 km/h under 2 timmar. Hur långt körde Åke?
- 312** Hur lång tid tar det att köra 2,5 km om man kör i 50 km/h?
- 313** Helena har 2 timmar på sig att köra 15 mil. Hur fort måste hon köra för att hinna?
- 314** Anders cyklade i 15 km/h i 45 minuter, och Eva gick i 6 km/h i 2 timmar.
a) Hur långt färdades Anders och Eva?
b) Vem färdades längst?
- 315** Hur långt hinner Samuel cykla om han håller en medelhastighet av 23 km/h, under 1 h och 30 min?
- 316** Hur långt hinner en örn flyga på en kvart, om den flyger med hastigheten 50 km/h?
- 317** Ett flygplan kan flyga mycket fortare än en örn. Hur fort flyger ett flygplan om det flyger en sträcka på 400 mil på 4 h?
- 318** Klockan var 15.30 när Niklas kom fram till golfbanan. Den ligger 135 km från hans hem. När startade han om han körde i 70 km/h?
- 319** När Maja kom fram räknade hon ut att hon hade åkt i 80 km/h i medeltal. Sträckan hon åkt var 12 mil. Hur lång tid tog det för Maja att åka?
- 320** Stefan startar klockan 09.00 från sitt hem och kör sedan 300 km med en medelhastighet av 75 km/h. När är han framme?

11 Potenser

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$ kan på ett enklare sätt skrivas som 4^5 . Detta kallas för en potens, och den består av en bas och en exponent.

- 321** a) Femman i exemplet är potensens ... ?
b) Fyran i exemplet är potensens ... ?

Skriv i potensform.

322 a) $5 \cdot 5 \cdot 5$ b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ c) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

323 a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10$ c) $14 \cdot 14$

324 a) $25 \cdot 25 \cdot 25 \cdot 25$ b) $7 \cdot 7 \cdot 7$ c) $13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$

Beräkna följande potenser.

325 a) 4^2 b) 8^2 c) 10^2

326 a) 10^4 b) 6^2 c) 3^2

327 a) 4^3 b) $0,7^2$ c) $0,2^2$

328 a) 5^2 b) $0,5^2$ c) 2^5

329 a) 3^4 b) $0,2^3$ c) $0,1^2$

330 a) 6^3 b) 10^7 c) 5^4

Nu utökar vi med andra räknesätt också. Beräkna!

331 a) $3^2 + 2^3$ b) $5^2 - 3^2$ c) $6^2 - 4^2$

332 a) $5^2 - 3^2 + 2^3$ b) $7^2 - 6^2$ c) $10^2 - 8^2$

Vilket tal saknas?

333 a) $3^? = 9$ b) $?^3 = 8$ c) $?^3 = 27$

334 a) $8^2 = 64$ b) $12^2 = 144$ c) $?^8 = 256$

335 a) $?^4 = 10000$ b) $5^? = 125$ c) $2^? = 1024$

Nu går vi vidare till det som i matematiken brukar kallas potensregler. Egentligen är de faktiskt inga matematikregler utan istället bra komihåg-regler. Det går jättebra att räkna utan potensregler, men det går betydligt fortare om man kan dem.

Potensregel 1

$$5^3 \cdot 5^2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$$

eller snabbare med en regel, $5^3 \cdot 5^2 = 5^{3+2} = 5^5$

Vid multiplikation av två potenser med samma bas så kan man addera potensernas exponenter.

Potensregel 2

$$\frac{5^3}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot \cancel{5}} = \frac{5}{1} = 5$$

eller snabbare med en regel, $\frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2} = 5^1 = 5$

Vid division av två potenser med samma bas så kan man ta differensen mellan exponenten i täljaren och exponenten i nämnaren.

Potensregel 3

$$\frac{5^1}{5^1} = 5^{1-1} = 5^0 = 1$$

Detta hade gällt oavsett vilken bas vi hade använt, eller hur?

En potens med exponenten 0 är alltid 1, oavsett vilken bas potensen har.

Här är ett exempel där exponenten i nämnaren är större än exponenten i täljaren. Ett perfekt läge för potensregel 2, eller hur?

$$\frac{5^3}{5^4} = 5^{3-4} = 5^{-1}$$

Skriv följande potenser så enkelt som möjligt.

336 a) $2^2 \cdot 2^2$

b) $2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$

337 a) $2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^2$

b) $2^2 \cdot 2^7 \cdot 2^5 \cdot 2^3$

338 a) $4^4 \cdot 4^2$

b) $25^6 \cdot 25^{16}$

339 a) $9^{112} \cdot 9^9$

b) $102^{42} \cdot 102^{53}$

340 a) $4^4 \cdot 5^3 \cdot 4^2 \cdot 5^2$

b) $2^6 \cdot 2^3 \cdot 8^3 \cdot 8^4$

341 a) $9^4 \cdot 9^{-2}$

b) $10^7 \cdot 10^{-5}$

342 a) $\frac{4^2}{4^1}$

b) $\frac{7^5}{7^2}$

c) $\frac{3^9}{3^8}$

343 a) $\frac{2^{18}}{2^3}$

b) $\frac{4^2}{4^3}$

c) $\frac{7^5}{7^7}$

344 a) $\frac{3^9}{3^{10}}$

b) $\frac{2^{18}}{2^{20}}$

c) $\frac{4^{23}}{4^{20}}$

345 a) $\frac{4^{12} \cdot 3^3}{3^4 \cdot 4^9}$

b) $\frac{5^3 \cdot 6^2}{3^2 \cdot 5^2}$

c) $\frac{10^3 \cdot 10^3}{2^3 \cdot 2^2}$

Beräkna.

346 a) $2^4 \cdot 2^6$

b) $5^2 \cdot 10^2$

c) $10^4 \cdot 10^3$

347 a) $\frac{2^8}{4^2}$

b) $\frac{4^4}{4^0}$

c) $\frac{3^2}{3^{-1}}$

348 a) $\frac{8^2 \cdot 8^{-3}}{3^{-4} \cdot 3^5}$

b) $\frac{5^0 \cdot 2^2}{3 \cdot 2^{-2}}$

c) $\frac{10^{-2} \cdot 10^{-2}}{5^{-1} \cdot 4^{-2}}$

349 a) $10^2 \cdot 4^2 - 7$

b) $15 + 3^2 \cdot 3^2 - 25$

350 a) $\frac{2^8 - 2^6}{4^2}$

b) $\frac{8^2 - 2}{5^2 + 8^2}$

351 a) $4^{-3} \cdot 5^2 \cdot 4^2$

b) $3^2 \cdot 5^0 \cdot 1^9$

Stora och små tal i potensform

Stora tal kan enkelt skrivas i potensform med tio som bas:

$$10000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$$

Skriv talen som en tiopotens.

352 a) $10 \cdot 10$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10$ c) 10 000

353 a) 1000000 b) 100 c) 1000000000

Små tal kan också enkelt skrivas i potensform med tio som bas:

$$\frac{10}{100} = \frac{10^1}{10^2} = 10^{1-2} = 10^{-1} = 0,1$$

Skriv talen som en tiopotens.

354 a) 0,1 b) 0,001 c) 0,000 001

355 a) 0,01 b) 0,000 1 c) 0,000 000 001

Grundpotensform

I många sammanhang visar det sig vara *mycket* praktiskt att skriva tal i något som kallas för *grundpotensform*.

Exempel

$$4000 = 4 \cdot 1000 = 4 \cdot 10^3$$

$$4700 = 4,7 \cdot 1000 = 4,7 \cdot 10^3$$

$$4735 = 4,735 \cdot 1000 = 4,735 \cdot 10^3$$

$$0,06 = 6 \cdot 0,01 = 6 \cdot 10^{-2}$$

$$0,065 = 6,5 \cdot 0,01 = 6,5 \cdot 10^{-2}$$

Talet som står framför tiopotensen måste vara mellan 1 och 10 för att hela talet ska kunna kalla sig *ett tal i grundpotensform*.

Skriv dessa tal på vanligt sätt.

356 a) $4 \cdot 10^2$ b) $6 \cdot 10^6$ c) $8 \cdot 10^3$

357 a) $2,5 \cdot 10^3$ b) $3,25 \cdot 10^3$ c) $7,02 \cdot 10^6$

358 a) $9,2 \cdot 10^{-1}$ b) $6,58 \cdot 10^{-3}$ c) $1,4705 \cdot 10^6$

Skriv dessa tal i grundpotensform.

359 a) 2500 b) 3460 c) 16500

360 a) 60000 b) 12,4 c) 5208

361 a) 0,8 b) 0,025 c) 47050

Skriv dessa tal i grundpotensform och avrunda nu till en decimal.

362 a) 13700 b) 2360000 c) 895

363 a) 99500 b) 53629 c) 1950

364 a) 47752 b) 20510000 c) 15556

Exempel på hur man räknar med tal i grundpotensform.

$$2,5 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 6 \cdot 10^6 = 15 \cdot 10^6 = 1,5 \cdot 10^7$$

Räkna ut och svara i grundpotensform. Avrunda till en decimal.

365 a) $2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3$ b) $3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5$ c) $1 \cdot 10^6 \cdot 4,4 \cdot 10^{-2}$

366 a) $3,5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6$ b) $4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,8 \cdot 10^{-2}$ c) $5,1 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6}$

367 a) $17 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-1}$ b) $92 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^6$ c) $4 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^2$

368 Avståndet från solen till planeten Pluto är ungefär $5,4 \cdot 10^{12}$ m. Ljusets hastighet är ungefär $3 \cdot 10^8$ m/s. Hur lång tid tar det för ljuset att färdas till Pluto?

a) i sekunder b) i minuter c) i timmar

369 a) $\frac{8,2 \cdot 10^{-2}}{4,3 \cdot 10^{-3}}$ b) $\frac{2,4 \cdot 10^{-9}}{56}$ c) $\frac{7,6 \cdot 10^2}{9,1 \cdot 10^{-3}}$

12 Prefix – Stora och små tal

Ofta är det väldigt praktiskt att kunna säga (skriva) ett stort eller litet tal med hjälp av en beteckning, s.k. prefix. T.ex. är det snyggt att kunna skriva 50 MW istället för 50000000 W, när man talar om en viss anläggnings elproduktion, eller att det går åt 2 µg av ett ämne istället för att behöva skriva 0,000002 g. Våra vanligaste prefix är de decimala. I takt med att datorer blivit allt vanligare, har ett behov av en ny typ av prefix uppstått. Det råder fortfarande stor förvirring om 10 kB faktiskt är 10·1000 Bytes eller om det är 10·1024 Bytes. Beslut är dock taget om att det *ska* betyda 10·1000 Bytes.

Decimala prefix:

Värde	Prefix	Namn	Betydelse
10^{18}	E	Exa	1 000 000 000 000 000 000 (en miljon biljoner)
10^{15}	P	Peta	1 000 000 000 000 000 (ett tusen biljoner)
10^{12}	T	Tera	1 000 000 000 000 (en biljon)
10^9	G	Giga	1 000 000 000 (en miljard)
10^6	M	Mega	1 000 000 (en miljon)
10^3	k	kilo	1 000 (ett tusen)
10^2	h	hekto	100 (hundra)
10^1	da	deka	10 (tio)
10^{-1}	d	deci	0,1 (en tiondel)
10^{-2}	c	centi	0,01 (en hundraedel)
10^{-3}	m	milli	0,001 (en tusendel)
10^{-6}	µ, my	mikro	0,000001 (en miljondel)
10^{-9}	n	nano	0,000000001 (en miljarddel)
10^{-12}	p	piko	0,000000000001 (en biljondel)
10^{-15}	f	femto	0,000000000000001 (en tusendels biljondel)
10^{-18}	a	atto	0,000000000000000001 (en miljondels biljondel)

Binära prefix *ska* användas i datorvärlden. Nu är det tyvärr långt ifrån alltid som dessa används.

Från och med 1999 ska *kbyte* betyda precis 1000 byte och *inte* 1024.

Att kilo tidigare betydde 1024 ibland och 1000 ibland skapade förvirring. Nu gäller i stället nedanstående.

Binära prefix:

Faktor	Namn	Förkortn	Symbol	Värde
2^{10}	Kilobinär	Kibi	Ki	1 024
2^{20}	Megabinär	Mebi	Mi	1 048 576
2^{30}	Gigabinär	Gibi	Gi	1 073 741 824
2^{40}	Tetrabinär	Tebi	Ti	1 099 511 627 776
2^{50}	Petabinär	Pebi	Pi	1 125 899 906 842 620

Uttryck följande tal med ett lämpligt prefix.

- 370** a) 1000 m b) 20000 m
- 371** a) 0,07 m b) 0,005 m
- 372** 5000 W (W = Watt, elektrisk energi)
- 373** 200000 V (V = Volt, elektrisk spänning)
- 374** a) 0,002 g b) 0,000006 g
- 375** 2400000000 (Hz = Hertz, svängningar per sekund) 2400000000 Hz är en vanlig "hastighet" på processorer i persondatorer.
- 376** a) 2000000000000 W b) 154000 g
- 377** a) 0,0000000015 g b) 0,300 W
- 378** a) 2000000 Bytes b) 4500 Bytes
- 379** Antalet sekunder på ett år (365 dagar).
- 380** En enda vattendroppe innehåller 2000 triljoner vattenmolekyler. Hur många vattenmolekyler skulle varje människa på jorden få om dessa fördelades lika (räkna med 6 miljarder människor)?
- 381** Hur långt är medelavståndet från jorden till solen?
- 382** a) 1000 Bytes b) 10^6 Bytes
- 383** a) $4 \cdot 10^9$ meter b) 10^{12} millimeter

Skriv ut följande tal.

- 384** a) 604 MW b) 80 TWh (h=hour)
- 385** a) $15 \mu\text{m} \cdot 10^6$ b) 2 MiB
- 386** a) 500 deciliter b) 5 dag
- 387** a) 5 Pg b) 7pg

13 Algebra och ekvationer

Ibland vill man kunna prata om tal utan att veta vilket *specifikt* tal man menar. För att ändå kunna prata och räkna med det här talet, och för att veta att det ska vara ett tal på en viss plats så sätter vi ut en bokstav där istället. Enkelt, eller hur?

Exempel 1

Om jag skulle vilja prata om att multiplicera talet 5 med *något annat tal, vilket tal som helst*, så skulle jag kunna skriva $5 \cdot x$. Jag sätter alltså dit ett x för att markera att det ska stå ett tal där, men att det ännu inte är bestämt vilket tal det ska vara. Om vi sedan skulle låta x vara till exempel talet 2, ja då skulle multiplikationen bli $5 \cdot 2$. Om x skulle vara 4, så skulle den bli $5 \cdot 4$.

Exempel 2

Jag hittar nu på följande: $5 \cdot x \cdot x$

Hur ser multiplikationen ut om vi väljer att x ska vara talet 3?

Jo, så här: $5 \cdot 3 \cdot 3$

Överallt där det står x byter vi ut x :et mot en 3:a.

Exempel 3

Jag hittar nu på följande: $12 \cdot x + x$

Hur ser detta ut om vi väljer att x ska vara talet 2?

Jo, så här: $12 \cdot 2 + 2$

Exempel 4

Hur gör man då om man vill markera ett antal platser med *olika* tal?

Ja, då får man helt enkelt använda *olika* bokstäver.

Jag hittar nu på följande: $20 \cdot x + y$

Vad blir detta om vi väljer att x ska vara talet 4 och y ska vara talet 5?

Jo, så här: $20 \cdot 4 + 5$

Man kan välja att använda vilka bokstäver som helst, men senare kommer vi att se att det är bra om man gör på samma sätt som alla andra matematiker. Det blir helt enkelt enklare så.

Det vi nu har tittat på är det som kallas för *algebraiska uttryck*. Håll med om att det namnet gör att det låter mycket svårare än vad det faktiskt är, eller hur?

Räkna ut vad följande uttryck blir, om x väljs till att vara talet 10.
(Tänk på att \cdot och $/$ går före $+$ och $-$)

388 a) $x \cdot 2$ b) $2 \cdot x$ c) $5 \cdot x + 3$

389 a) $5 \cdot 4 \cdot x$ b) $12 - x$ c) $10 - 2 \cdot x$

390 a) $7 \cdot x \cdot 2$ b) $3 \cdot x + 4 \cdot x$ c) $8 \cdot x + 5 \cdot x - 2 \cdot x$

Titta lite på senaste b uppgiften igen, $3 \cdot x + 4 \cdot x$.

Med $x = 10$ så blir ju det $3 \cdot 10 + 4 \cdot 10$, eller hur?

Om man säger detta med ord så blir det, 3 st 10:or plus 4 st 10:or.

Det borde väl bli 7 st 10:or. Alltså $7 \cdot 10$

Vi kollar om det är samma.

$$3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 = 30 + 40 = 70$$

$$7 \cdot 10 = 70$$

Jajamensan!

Men, om $3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 = 7 \cdot 10$, så borde ju $3 \cdot x + 4 \cdot x = 7 \cdot x$, eller hur?

Detta syns ännu tydligare när man inte skriver ut multiplikationstecknet mellan siffran och bokstaven.

Ja, det är precis som med parenteser. $7 \cdot x$ skrivs alltså $7x$.

Nu tittar vi igen på talet $3x + 4x$

Visst låter det väldigt naturligt att säga: "Tre x plus fyra x är sju x ".

Prova att byta ut x mot något mera vardagligt, t.ex. tre äpplen plus 4 äpplen är sju äpplen.

Öva nu detta genom att slå ihop de termer som går att slå ihop.

Att slå ihop de termer "som går att slå ihop" kallas ibland för att "förenkla så långt som möjligt".

391 a) $5x + 4x$ b) $1x + 9x$ c) $4x + 11x$

392 a) $16x + 4x$ b) $2 + 3x + 2x$ c) $6x - 3x$

393 a) $10x - 2x - 4$ b) $12x - 3x + 5x$ c) $8 - 2x + 4x$

394 a) $13x - 2 + 2x + 4$ b) $5 - 3x + 7 + 8x$ c) $-5x + 2x$

Som ni märkte i talen ovan så går det alltså inte att slå ihop till exempel $2 + 3x$. Varför då? Jo, multiplikation går alltid före addition,

och vi vet ju ännu inte vad x är! Men, så fort vi vet vad x är så går det förstås.

Vilket tal måste x vara, för att likheten ska stämma?

395 a) $8 = 2 + x$ b) $x + 3 = 20$ c) $x - 2 = 9$

396 a) $x - 5 = 7$ b) $16 = x + x + 4$ c) $25 = 4x + 5$

397 a) $50 - 20 = 3x$ b) $13 + 53 = 3x$ c) $\frac{x}{2} = 2$

398 a) $\frac{x}{5} = 4$ b) $\frac{x}{4} + 4 = 6$ c) $\frac{x}{8} - 4 = 6$

Titta lite extra på t.ex. a i sista uppgiften. Går det att kontrollera att du gjort rätt? (Tips, använd multiplikation)

Den typen av uppgifter som du nyss löst brukar kallas för *ekvationer*. Ordet *ekvation* kommer ifrån det latinska *aequo* som betyder "göra lika", och det är ju precis vad du har gjort. Du har sett till att ersätta x med ett tal som gör så att båda sidor om likhetstecknet är lika. Eller som de gamla grekerna skulle ha sagt: "Du har gjort lika". Detta kallas också för att *lösa ekvationen*.

Innan vi går vidare med ekvationslösning måste vi lära oss lite mer om hur man räknar med bokstäver, och nästa steg är att använda flera bokstäver i samma uttryck.

Förenkla så långt som möjligt.

399 a) $7x - 2x + y$ b) $5x - x + 2y + 4y$

400 a) $9x + 3x - 4y$ b) $3y + 3x - 2y - x$

401 a) $8y + x - 4y + 2x$ b) $20y - 10x - 5y + 15x$

402 a) $5z + 2x + 8y + 2z$ b) $2x + 7z - 2y + 2z - 5y$

Nästa steg är att börja använda parenteser i uttrycken också. Du kommer väl ihåg att om det står ett minustecken framför en parentes

så innebär det att alla termer i parentesen måste byta tecken när parentesen tas bort. $a - (b + c - d) = a - b - c + d$

Förenkla.

403 a) $5x - (3x - 1)$

b) $2y + (4y - 5)$

404 a) $(3y - 4z) + 2z$

b) $8x - (3 - x)$

405 a) $(3x - 5) + 8$

b) $(2x + y) + (3y - x)$

406 a) $(8x - y) - (3x + 5y)$

b) $10a - (3b + 9a) - (2a - 4b)$

407 $8a + 5b - (5b + 3a) + 4b - (a - 5b)$

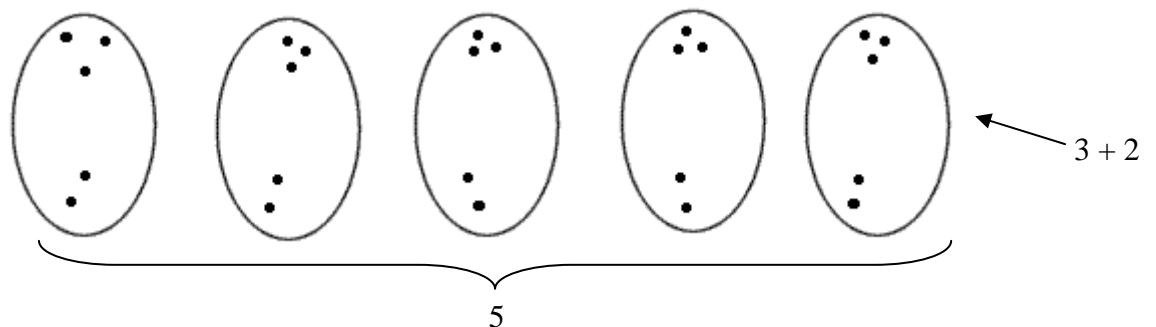
408 $(3x + y) + 6x - 2y - (3y + 5x) - 2x$

Innan vi går vidare måste vi faktiskt lära oss lite mer om hur multiplikation fungerar tillsammans med parenteser. Låt oss titta på några exempel till att börja med.

Exempel 1

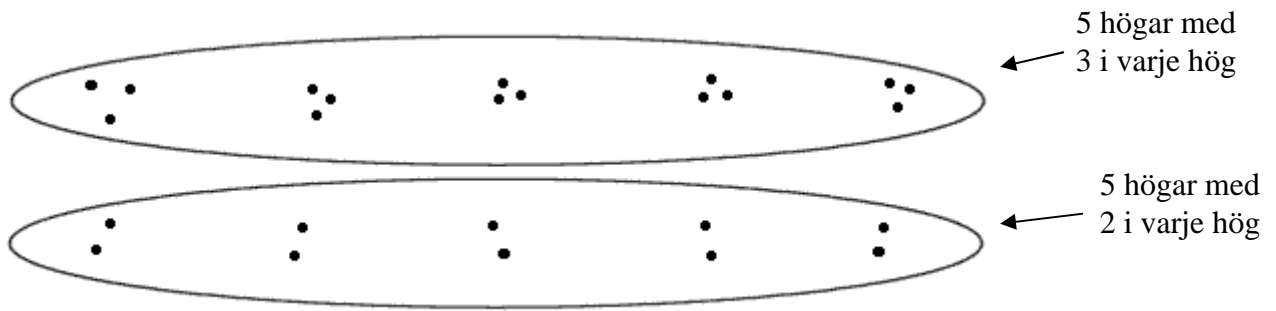
En liten uppfriskning av minnet. $5(2 + 3) = 5 \cdot (5) = 25$, eller hur, men $5 \cdot 2 + 3 = 10 + 3 = 13$, eller hur. Men hur gör vi då om något av talen inne i parentesen är en bokstav? Låt oss undersöka parentesen lite mera noggrant.

$5(2 + 3)$... vad säger ni om vi skulle prova att se denna parentes med lite andra ögon. Det är ju inte förbjudet, eller hur?



Håller du med om att man faktiskt skulle kunna rita $5(2 + 3)$ så här? Sagt med andra ord: 5 högar med $3 + 2$ saker i varje hög. Eller hur? Om man helt enkelt bara räknar antalet prickar så får man det till 25.

Nu behåller vi samma prickar, men ritat lite annorlunda.



Håller du med om att denna bilden skulle kunna skrivas $5 \cdot 3 + 5 \cdot 2$?
Sagt med andra ord: 5 högar med 3 i varje hög PLUS 5 högar med 2 i varje hög.

Oavsett om vi skriver $5(2 + 3)$ eller om vi skriver $5 \cdot 3 + 5 \cdot 2$ så är det samma antal prickar. Sagt med andra ord: $5(2 + 3) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot 2$, eller sagt på matematikspråk: multiplicera in 5:an i parentesen.

Exempel 2

Skriv om uttrycket så att parentesen inte behövs: $7(4 + 2)$

Vi multiplicerar helt enkelt bara *in* 7:an: $7(4 + 2) = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 2$, så där ja, ingen parentes kvar.

MEN! Vad är det för mening att göra så där? Det är ju bara att slå ihop 4:an och 2:an först, och sedan multiplicera med 7:an. Varför hålla på och krångla? Svar: se nästa exempel!

Exempel 3

Skriv om uttrycket så att parentesen inte behövs: $3(x + 2)$

NU har vi nytta av det vi nyss lärt oss, för här går det inte att först slå ihop x med 2, för vi vet ännu inte vad x är! Vi multiplicerar *in* 3:an i parentesen. $3(x + 2) = 3 \cdot x + 3 \cdot 2 = 3x + 6$, klart!!

Skriv om uttrycken så att parentesen inte behövs, och räkna ut det som går att räkna ut.

409 a) $4(x + 2)$ b) $2(x + 5)$ c) $3(x + 4)$

410 a) $3(x + 7)$ b) $6(2x + 3)$ c) $4(6 + x)$

411 a) $5(8 + 2x)$ b) $9(4x + 6)$ c) $20(5 + 6x)$

Vad kan $x \cdot x$ tänkas bli? Jo, x^2 , eller hur?
Skriv om uttrycken så att parenteserna inte behövs, och räkna ut det som går att räkna ut.

412 a) $x(x + 2)$ b) $x(5 + x)$ c) $2x(x + 3)$

413 a) $5x(4 + x)$ b) $2x(3 + 2x)$ c) $5x(8 + 4x)$

414 a) $(4 + 3x)10x$ b) $8x(5 + 4x)$ c) $15x(2x + 2x)$

Du kommer väl ihåg att om du multiplicerar två tal med lika tecken så blir produkten positiv, och om de två talen har olika tecken så blir produkten negativ.

$$-4 \cdot -4 = 16, \text{ och } -4 \cdot 4 = -16$$

$$5x(3x - 2) = 5x \cdot 3x - 5x \cdot 2 = 15x^2 - 10x$$

Skriv om uttrycken så att parenteserna inte behövs, och räkna ut det som går att räkna ut.

415 a) $-4(x + 5)$ b) $-6(-5 + 2x)$ c) $-2(-x + 6)$

416 a) $-x(10 + x)$ b) $-2x(4 + 3x)$ c) $-6x(-8x + 4x)$

417 a) $(-3 + 4x)x$ b) $(2 - 8x)3x$ c) $-8x(-2x - 5x)$

Vad händer om man multiplicerar två *olika* bokstäver med varandra?

Vad blir t.ex. x multiplicerat med y ?

Svaret är: $x \cdot y$

Som vanligt skrivs inget multiplikationstecken ut, så svaret blir: xy

Det är inget konstigt med det egentligen. Jag menar, om vi inte vet vilka tal bokstäverna står för så kan vi inte göra mera än att faktiskt bara skriva att bokstäverna ska multipliceras, eller hur? Du har ju redan gjort detta t.ex. med $x \cdot x$, som ju blir x^2 .

Från och med nu kallar vi "Skriv om uttrycken så att parentesen inte behövs, och räkna ut det som går att räkna ut" för att *förenkla* ett uttryck.

418 a) $x(y + 2)$ b) $2x(y + 5)$ c) $4x(2y + 8)$

419 a) $(8 + x)y$ b) $(6 + 2x)2y$ c) $4y(6y + 5x)$

420 a) $-x(3 + 4y)$ b) $-y(-4x - 8y)$ c) $-x(-4y - 10x)$

Nu utökar vi med flera bokstäver. Dessutom ökar vi antalet termer inne i parentesen. Hur blir det då? Tja, som man tror faktiskt. Låt oss ge oss på ett exempel:

$$x(y + z + k) = xy + xz + xk$$

x :et multipliceras in i parentesen, precis som vanligt. Det råkar bara vara ytterligare en term. Inget konstigt. Man gör samma sak oavsett hur många termer som är inne i parentesen.

Förenkla

421 a) $x(y + 2 + z)$ b) $2x(2z - y + 5)$

422 a) $y(3 + 2x + z)$ b) $2y(5 - 2x - z)$

423 a) $(10x + 2y - k)3y$ b) $-y(-4x - 8y + k)$

Ok, nu tar vi nästa steg och multiplicerar *2 parenteser* med varandra.

Hur? Jo, det är inte alls så konstigt som man kanske skulle kunna tro. Alla termer i de båda parenteserna ska multipliceras med varandra.

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exempel

$$(3 + x)(2 + y) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot y + x \cdot 2 + x \cdot y = 6 + 3y + 2x + xy$$

Förenkla

424 a) $(2 + x)(y + 2)$ b) $(4 + x)(y - 5)$

425 a) $(x + 6)(x + 3)$ b) $(2x + 7)(2y + 2)$

426 a) $(4x - 6)(5 + 3y)$ b) $(2y - 4)(3x - 5)$

Låt oss nu titta på ett specialfall. Hur ser det ut om en parentes multipliceras med en exakt kopia av sig självt, t.ex. $(a + b)(a + b)$?

Till att börja med kan vi konstatera att $(a + b)(a + b)$ skulle kunna skrivas som $(a + b)^2$, eller hur?

Alltså kan vi skriva att:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = aa + ab + ba + bb = a^2 + 2ab + b^2$$

Detta specialfall dyker upp så ofta att man i alla tider uppmuntrat matematikstudenter att lära sig detta utantill.

Regeln för detta specialfall har fått namnet *första kvadreringsregeln*.

När en parentes dyker upp som ser ut som $(a + b)^2$ så kan man räkna ut den genom att tänka så här:

1. Första termen i kvadrat
2. plus
3. 2 gånger första termen gånger andra termen
4. plus
5. Andra termen i kvadrat

Exempel

$$(3 + x)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 9 + 6x + x^2$$

Ofta kan man gå direkt till svaret utan det där mellanledet. Öva!

Förenkla.

427 a) $(4 + x)^2$ b) $(7 + x)^2$ c) $(2 + 2x)^2$

428 a) $(x + 3)^2$ b) $(4x + 5)^2$ c) $(3x + 2x)^2$

429 a) $(x + y)^2$ b) $(2x + 3y)^2$ c) $(k + 2z)^2$

Nu undrar du säkert vad som händer om det står $(a - b)^2$. Ja, låt oss titta på hur det blir.

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = aa - ab - ba + bb = a^2 - 2ab + b^2$$

Tja, det enda som skiljer sig från $(a + b)^2$ är att det blir ett minus på termen i mitten, eller hur?

Regeln för detta specialfall har fått namnet *andra kvadreringsregeln*.

1. Första termen i kvadrat
2. minus
3. 2 gånger första termen gånger andra termen
4. plus
5. Andra termen i kvadrat

Exempel

$$(3 - x)^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 9 - 6x + x^2$$

Förenkla.

430 a) $(4 - x)^2$ b) $(2 - x)^2$ c) $(5 - 2x)^2$

431 a) $(x - 6)^2$ b) $(3x - 6)^2$ c) $(4x - 3x)^2$

432 a) $(x - y)^2$ b) $(2x - 3y)^2$ c) $(3k - z)^2$

Sen finns det ytterligare ett specialfall som man brukar lära sig utantill. Det är $(a + b)(a - b)$.

$$(a + b)(a - b) = aa - ab + ab - bb = a^2 - b^2$$

Regeln för detta specialfall har fått namnet *konjugatregeln*.

1. Första termen i kvadrat
2. minus
3. Andra termen i kvadrat

Exempel

$$(3 + x)(3 - x) = 3^2 - x^2 = 9 - x^2$$

Förenkla.

433 a) $(4 + x)(4 - x)$ b) $(2 + x)(2 - x)$

434 a) $(5 + 2x)(5 - 2x)$ b) $(x + 6)(x - 6)$

435 a) $(3x + 6)(3x - 6)$ b) $(4x + 3x)(4x - 3x)$

Allt på en gång nu

436 a) $5x + (x + y)(x - y)$ b) $(2x + 3y)^2 - 2y$

437 a) $(4x - 2y)^2 + 3(2 - y)$ b) $2k(3 + z) + (3k + z)(3k - z)$

438 a) $(5z + y)^2 + 5zy$ b) $(k + 2)^2 + (2k - 3z)^2$

Nu när vi har lärt oss lite mer om hur man räknar algebra, så kan vi gå tillbaka till ekvationslösning igen.

Hur löser man en ekvation?

En ekvation är ju ett uttryck med ett likhetstecken.

Till exempel $7 + 3x = 11 + x$

Det som står till vänster om likhetstecknet " $7 + 3x$ " kallas för ekvationens vänsterled (förkortas VL), och det som står till höger om likhetstecknet " $11 + x$ " kallas för ekvationens högerled (förkortas HL).

Likhetstecknet är *heligt!* VL måste *alltid* vara lika med HL. *Alltid!*

Kom ihåg det!

Så, hur gör man då?

Tja, målet med ekvationslösning är att ta reda på vad den okända delen står för, och i det här fallet är det ju bokstaven x som är okänd.

Vi vill alltså att det ska stå $x = \text{någonting}$ när vi är klara.

För att komma fram dit pillar vi på ekvationen tills den ser ut så. x på ena sidan och allt annat på andra sidan.

Det finns bara en regel och det är: Du kan göra vad du vill med ena ledet, bara du gör samma sak med andra ledet! Varför då? Jo, båda leden måste vara LIKA. Du vet, det jag tjatade om för en stund sedan.

Låt mig visa.

Vi har $7 + 3x = 11 + x$, och anta att vi bestämmer oss för att vi vill ha x på vänster sida. (Vi kunde lika gärna ha valt höger sida.)

Hur får jag bort x :t i HL då?

Hmmm, bort ... dra bort ... ja just det minus heter det.

Vi tar och drar bort x i HL. Men då måste vi också göra det i VL.

Så här: $7 + 3x - x = 11 + x - x$

Eftersom vi har dragit bort lika mycket på båda sidor så har vi inte förändrat ekvationen, eller hur? Jämför med en vågskål. Vi har tagit bort lika mycket från båda sidor, alltså måste vågen fortfarande väga jämnt.

Resultatet av vår bortdragning blir ju: $7 + 2x = 11$

Aha, det ser bättre ut. Hur får vi nu bort 7:an från VL?

Host ... *Host* ... pssst minus

$7 + 2x - 7 = 11 - 7$

Vi tar återigen bort lika mycket på båda sidor.

Och resultatet av detta blir ju: $2x = 4$

Nu är vi så nära lösningen att vi faktiskt kan se att x måste vara 2, eller hur?

Men, vi fortsätter med vårt sätt att lösa ekvationen på, bara för att se att det går att gå hela vägen fram.

Hur får vi bort 2:an då?

Dividera båda sidor med 2, så här: $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$

Klart! $x = 2$

Lös nu dessa ekvationer på samma sätt som vi gjorde ovan.

439 a) $5x + 11 = 21$

b) $7x - 7 = 7$

440 a) $7 + 5x = 9$

b) $5x + 8 - x - 11 = 0$

441 a) $11 = 8x - 1$

b) $3x + 8 = 29$

442 a) $7x - 12 = 37$

b) $9 + 4x - 3 + 2x - 3 + 3x = 6$

443 a) $\frac{3x}{5} = 6$

b) $7x - 1 = 3$

444 a) $4x - 2 + 3x - 12 - x = 2$

b) $\frac{5x}{4} - 2 = 3$

445 a) $3,5x + 4,2 - 2x - 6 = 1,2$

b) $12 = \frac{4x}{5} + 9$

Lös dessa problem med hjälp av en ekvation.

446 Om Maja och Stina lägger samman sina pengar så har de 111 kr. Stina har 25 kr mer än vad Maja har. Hur mycket pengar har var och en?

447 Anders har 5 kr mer än vad Lena har, och tillsammans har de 55 kr. Hur mycket pengar har var och en?

448 Helena har 3 gånger så mycket pengar som Samuel, och tillsammans har de 140 kr. Hur mycket pengar har var och en?

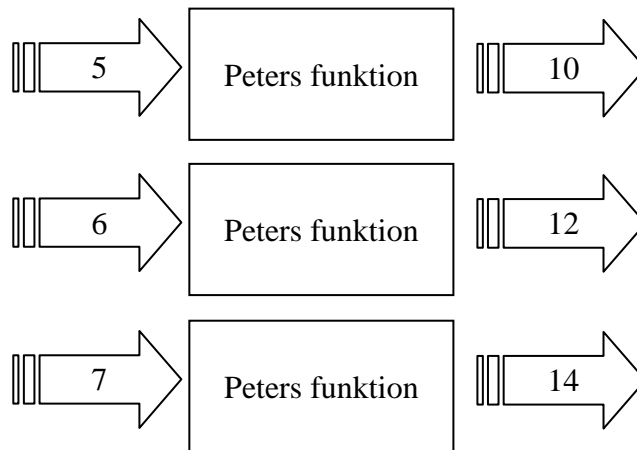
449 Summan av två tal är 71. Det ena talet är 17 större än det andra. Vilka är talen?

14 Funktioner

Vad är en *funktion* i matematiken? Ja, det lär vi oss lättast genom att titta på några exempel.

Exempel 1

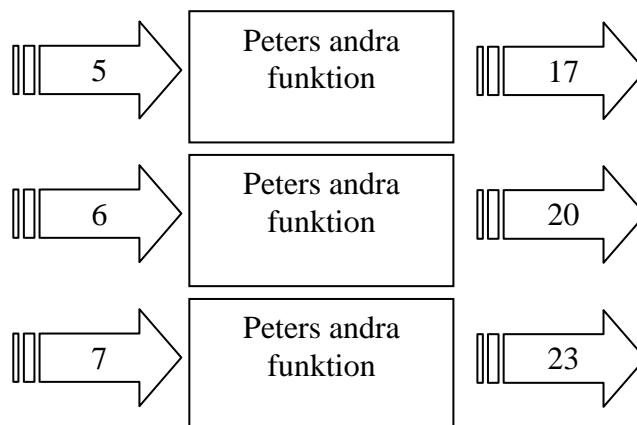
Peter har gjort en funktion. Vi har inte fått veta vad funktionen egentligen gör, så vi provar funktionen genom att stoppa in olika tal. Vi börjar med talet 5. Då kommer talet 10 ut ur funktionen. Sedan provar vi med 6, och sedan 7.



Nu kanske du kan klura ut vad Peters funktion gör. Den dubblerar det vi stoppar i den, eller hur?

Exempel 2

Peter har gjort en funktion till. Vi provar den på samma sätt, genom att stoppa in olika tal. Vi bestämmer oss för att stoppa in samma tal som förra gången. Resultatet blir då så här:



Hm, denna verkar vara lite klurigare, eller hur? Den är inte så enkel att den bara dubblar i alla fall. Multiplicerar den med 3 kanske? Ja, kanske, men det saknas 2 i sådant fall, eftersom $5 \cdot 3 = 15$. Men vänta

nu. $6 \cdot 3 = 18$. Där saknas också 2. Även med $7 \cdot 3 = 21$ saknas 2. Då gör ju funktionen så att den först multiplicerar värdet som kommer in med 3, och sedan ökar den resultatet med 2. Ha-ha-ha, den funktionen var klurig Peter, ha-ha-ha ...

Nu kommer en intressant fråga. Hur skulle vi kunna skriva följande mening med hjälp av matematikens språk:

"Funktionen multiplicerar först värdet som kommer in med 3. Sedan ökar den resultatet med 2."

Tja. Ett sätt är att kalla det som stoppas in i funktionen för något. Låt oss kalla det för IN. Låt oss sedan kalla det som funktionen "tillverkar" för UT. Då skulle vi ju faktiskt kunna skriva Peters andra funktion så här:

$$IN \cdot 3 + 2 = UT$$

Peters första funktion skulle bli så här:

$$IN \cdot 2 = UT$$

450 Hitta på en funktion. Avslöja inte vad den gör, utan låt en kompis försöka klura ut vilken funktion det är.

451 Försök klura ut vilken funktion som din kompis har hittat på.

Stoppa IN talet 5 i nedanstående funktioner och räkna ut vilka värden som kommer UT

452 a) $IN + 5 = UT$ b) $IN + 10 = UT$ c) $IN - 2 = UT$

453 a) $IN \cdot 5 = UT$
 b) $IN \cdot 3 + 2 = UT$ (multiplikationen går först, eller hur?)
 c) $IN \cdot 3 - 10 = UT$

Stoppa nu istället IN talet 20 i nedanstående funktioner.

454 a) $\frac{IN}{2} = UT$ b) $\frac{IN}{4} + 15 = UT$

455 a) $50 - \frac{IN}{5} = UT$

b) $100 + \frac{IN}{10} = UT$

456 a) $47 - \frac{IN}{20} = UT$

b) $30 + \frac{IN}{40} = UT$

Inom matematiken brukar man inte använda beteckningarna IN och UT, utan istället så använder man gärna bokstäverna x och y i sådana här sammanhang. Låt oss döpa det vi stoppar IN i funktionen till x istället, och det som kommer UT ur funktionen till y .

Stoppa in $x = 5$ i nedanstående funktioner och räkna ut vilka värden på y som kommer ut.

457 a) $x + 5 = y$

b) $x + 20 = y$

458 a) $4 \cdot x - 20 = y$

b) $15 + 10 \cdot x = y$

Som vanligt så skrivs inte multiplikationstecknet ut om en bokstav eller parentes är inblandad.

Stoppa in $x = 25$ i nedanstående funktioner och räkna ut vilka värden på y som kommer ut.

459 a) $6x - 4 = y$

b) $27 + 2x = y$

460 a) $120 - 5x = y$

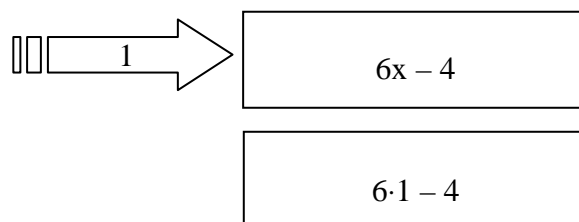
b) $30 - 4x = y$

Låt oss titta lite närmare på en av dessa funktioner, och rita upp en tankebild av hur det skulle kunna se ut.

Vi kan t.ex. välja funktionen $6x - 4 = y$

Antag att vi stoppar in talet 1 i denna funktion. Funktionen tar hand om det inkommande talet och placerar det i "platshållaren".

"Platshållaren" har vi valt att kalla x . Så här:



Funktionen utför sedan beräkningen och skickar ut värdet genom att placera det i den utgående platshållaren. Den utgående platshållaren har vi valt att kalla y . Så här:



Muntligt skulle man kunna beskriva denna funktions uppgift så här:

"Ta talet som kommer in och multiplicera det med 6. Dra sedan ifrån 4 från det resultatet och skicka ut det."

I matematikens värld är det istället mycket mera praktiskt att beskriva funktionen i form av *en ekvation*, $6x - 4 = y$

Snegla på ekvationen $6x - 4 = y$ samtidigt som du läser den muntliga beskrivningen högt för dig själv. Visst känns även med den matematiska beskrivningen rätt naturlig.

Hittills har vi tänkt oss "ett flöde" från vänster till höger, men det skulle naturligtvis gå lika bra att tänka sig flödet åt andra hållet.

Så här: $y = 6x - 4$

Funktionen är $y = x + 7$. Räkna ut värdet på y när ...

461 a) $x = 5$ b) $x = 1$ c) $x = -2$

Funktionen är $y = 3x - 2$. Räkna ut värdet på y när ...

462 a) $x = 3,5$ b) $x = -1$ c) $x = 0$

Funktionen är $y = \frac{x}{4} - 12$. Räkna ut värdet på y när ...

463 a) $x = 12$ b) $x = 4$ c) $x = 100$

Funktionen är $y = \frac{x}{a} - b$. Räkna ut värdet på y när ...

464 a) $x = a$ b) $x = 4a$ c) $x = b$

465 a) $x = ab$ b) $x = -a$ c) $x = -ab$

15 Sannolikhet

Experiment 1

Ta en vanlig tärning med sidorna 1–6. Kasta den hundra gånger på ett plant underlag, och sätt ett streck i tabellen vid varje kast för den tärningssida som kommer upp. Summera sedan ihop strecken för varje tärningssida.

Tärningssida	Streck	Summa
1		
2		
3		
4		
5		
6		

Går det att se ett mönster? Om inte, gör hundra kast till. Ser du mönstret nu?

När man pratar om sannolikhet så menar man hur stor chans det är att en händelse händer. Till exempel som med tärningen. Hur stor chans är det att man får en 6:a? Tja, om tärningen är någorlunda välgjord så borde den inte "favorisera" någon sida, utan varje sida borde komma upp lika ofta. Kontrollera i din tabell. Kommer t.ex. 6:an upp lika många gånger som 2:an? Hur är det med de andra? Med "lika" många gånger menas "ungefär lika" många gånger. Ju fler kast man gör desto bättre resultat får man.

Sannolikheten för en viss händelse skrivs som:

$$\frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

I exemplet med tärningen är ju antalet *möjliga* utfall 6 (vi kan få en etta, en tvåa, en trea, en fyra, en femma eller en sexa). Om vi är

intresserade av chansen att få en sexa, så är antalet gynnsamma utfall 1.

Man säger att sannolikheten för att få en sexa är: $\frac{1}{6} \approx 16,7\%$

Hur stor är sannolikheten för att få en 1:a *eller* en 2:a?

Använd alltid formeln:

$$\text{sannolikheten} = \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}}$$

I detta fallet är antalet gynnsamma utfall 2 (vi vill ju ha en 1:a *eller* en 2:a). Antalet möjliga utfall för en sexsidig tärning är ju 6 (1, 2, 3, 4, 5 eller 6).

Svar: Sannolikheten för att få en 1:a eller en 2:a är $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33\%$

Experiment 2

Tillverka en urna genom att leta reda på en burk som inte går att se igenom. Gör sedan 6 lika stora lappar, t.ex. 3 vita och 3 röda lappar. Vik lapparna så att det inte går att känna någon skillnad på dem, och lägg dem sedan i urnan. Skaka urnan. Ta sedan (**utan att titta!**) en lapp ur urnan. Notera vilken färg den har och sätt ett streck på ett papper för den färgen. Lägg tillbaka lappen och skaka urnan igen. Upprepa detta 50 gånger.

- 466** a) Hur ofta drogs en vit lapp?
b) Hur ofta drogs en röd lapp?

Räkna nu ut den matematiska sannolikheten genom att använda formeln.

- 467** a) Hur stor är sannolikheten att dra en vit lapp?
b) Hur stor är sannolikheten att dra en röd lapp?

- 468** Stämmer dessa uträkningar någorlunda med resultatet i experimentet?

Ta nu bort 2 av de röda lapparna. Gör om experimentet.

- 469** a) Hur ofta drogs en vit lapp?
b) Hur ofta drogs en röd lapp?

- 470** a) Hur stor är nu sannolikheten att dra en vit lapp?
b) Hur stor är nu sannolikheten att dra en röd lapp?

471 Stämmer dessa uträkningar någorlunda med resultatet i experimentet?

Antag att vi har en vanlig kortlek med 52 kort, som är väl blandad.

472 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet är ett hjärter?

473 Hur stor är sannolikheten för de övriga färgerna?

474 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet är ett Ess?

475 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet är ett klätt kort?
(Essen räknas inte)

Antag nu att vi bara använder 10 kort, t.ex. ess, 2, 3, ..., 10 i färgen spader. Sannolikheten att få esset, när vi drar ett kort, är ju $1/10 = 10\%$ (1 gynnsamt utfall dividerat med 10 möjliga utfall). Hur stor är då sannolikheten för att inte få ett ess? Tja, frågan är alltid: "hur många gynnsamma utfall finns det", och nu är det alltså gynnsamt att dra *allt utom* ett ess, dvs. vi har 9 gynnsamma utfall, dividerat med 10 möjliga utfall, dvs. sannolikheten är $9/10 = 90\%$

Antag att vi nu tar fram resten av korten och återställer vår kortlek till 52 kort.

476 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet inte är ett hjärter?

477 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet inte är ett klätt kort?

478 Hur stor är sannolikheten att det översta kortet inte är en 2:a,3:a eller 4:a?

479 Om sannolikheten för att få vinst i ett visst lotteri är 0,8%, hur stor är då sannolikheten för att inte få vinst?

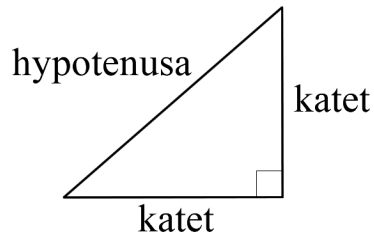
När man räknar ut sannolikheten för att en viss händelse inte ska hända så brukar matematiker kalla detta för att räkna ut sannolikheten för komplementhändelsen. Ett lite krångligt ord för ett mycket enkelt begrepp, för det är ju just det som du redan gjort i alla de ovanstående talen.

Sannolikheten för att en viss händelse inträffar *plus* sannolikheten att denna händelse inte inträffar måste vara 100%

16 Trigonometri

Trigonometri är den del av matematiken som behandlar bl.a. sambandet mellan vinklar och sidor i trianglar. Det låter krångligare än vad det är, så låt dig *inte* avskräckas, utan följd med på denna lilla resa.

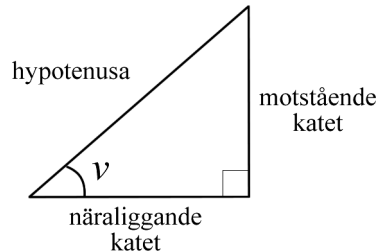
Låt oss börja med en så kallad *rätvinklig triangel*. I en sådan triangel är en av vinklarna 90° . Till exempel som den här:



(Fundera på: Varför kan bara en vinkel i en triangel vara 90° ???)

Den längsta sidan i en rätvinklig triangel kallas för *hypotenusan*. De två andra sidorna kallas för kateter. (uttalas katéter)

Om man utgår från en av de spetsiga vinklarna i triangeln, så kallar man den ena katetern för *näraliggande katet* och den andra för *motstående katet*. Så här:

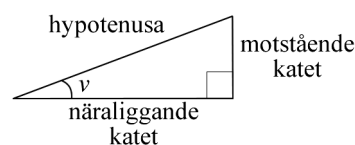


Sidorna och vinklarna är *beroende* av varandra. Vad betyder då det? Jo, om någon av vinklarna eller sidorna ändras, så påverkar det de andra sidorna och vinklarna.

Egentligen är det inget konstigt med det. Så är det ju faktiskt med alla figurer, så även förstås för *rätvinkliga trianglar*.

Vad händer t.ex. om vi gör motstående kateten mindre?

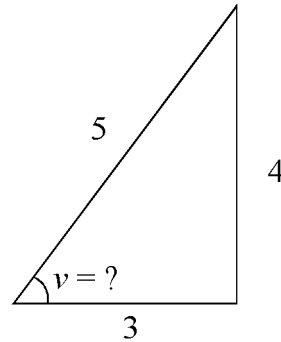
Tja, hypotenusan blir ju kortare, och vinkeln v blir mindre, eller hur? Se här:



Sinusvärden

Det visar sig att divisionen $\frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusan}}$ ger "ett mått" på hur stor vinkeln v är.

Låt oss använda en triangel som exempel:



I denna triangel har hypotenusan längden 5 och motstående katet har längden 4.

Vi räknar ut divisionen $\frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusan}} = \frac{4}{5} = 0,8$

Detta värde kallas *sinusvärdet* för vinkeln v , och skrivs $\sin v = 0,8$.

Ett visst sinusvärde ger alltid samma värde på vinkeln v . Det vill säga att i alla trianglar där $\sin v$ har ett visst värde så har vinkeln v ett visst värde.

Nu undrar du förstås *vilket* värde vinkeln har i just det här fallet, och jag har bara en sak att säga: Mät i figuren!

När jag mäter vinkeln så får jag den till ungefär 53° .
Får du också det?

Så, om ovanstående påstående ska stämma så är det så att i vilken annan triangel som helst, där $\sin v = 0,8$ så är v ungefär 53° .

480 Prova detta genom att rita en rätvinklig triangel med hypotenusan = 10 cm, motstående katet = 8 cm och näraliggande katet = 6 cm. Vad blir $\sin v$ i denna triangel?
Om du nu mäter vinkeln v , hur stor är den?

Alla vinklar har ett visst sinusvärde och alla sinusvärden hör ihop med en viss vinkel. Vi skulle alltså kunna fylla en tabell med vinklar och deras sinusvärden, eller hur?

Enkel tabell för sinus

v	$\frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusan}}$	v	$\frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusan}}$
0	0	46	0.71933980033865
1	0.017452406437284	47	0.73135370161917
2	0.034899496702501	48	0.74314482547739
3	0.052335956242944	49	0.75470958022277
4	0.069756473744125	50	0.76604444311898
5	0.087155742747658	51	0.77714596145697
6	0.10452846326765	52	0.78801075360672
7	0.12186934340515	53	0.79863551004729
8	0.13917310096007	54	0.80901699437495
9	0.15643446504023	55	0.81915204428899
10	0.17364817766693	56	0.82903757255504
11	0.19080899537654	57	0.83867056794542
12	0.20791169081776	58	0.84804809615643
13	0.22495105434386	59	0.85716730070211
14	0.24192189559967	60	0.86602540378444
15	0.25881904510252	61	0.8746197071394
16	0.275637355817	62	0.88294759285893
17	0.29237170472274	63	0.89100652418837
18	0.30901699437495	64	0.89879404629917
19	0.32556815445716	65	0.90630778703665
20	0.34202014332567	66	0.9135454576426
21	0.3583679495453	67	0.92050485345244
22	0.37460659341591	68	0.92718385456679
23	0.39073112848927	69	0.9335804264972
24	0.4067366430758	70	0.93969262078591
25	0.4226182617407	71	0.94551857559932
26	0.43837114678908	72	0.95105651629515
27	0.45399049973955	73	0.95630475596304
28	0.46947156278589	74	0.96126169593832
29	0.48480962024634	75	0.96592582628907
30	0.5	76	0.970295726276
31	0.51503807491005	77	0.97437006478524
32	0.5299192642332	78	0.97814760073381
33	0.54463903501503	79	0.98162718344766
34	0.55919290347075	80	0.98480775301221
35	0.57357643635105	81	0.98768834059514
36	0.58778525229247	82	0.99026806874157
37	0.60181502315205	83	0.99254615164132
38	0.61566147532566	84	0.99452189536827
39	0.62932039104984	85	0.99619469809175
40	0.64278760968654	86	0.99756405025982
41	0.65605902899051	87	0.99862953475457
42	0.66913060635886	88	0.9993908270191
43	0.6819983600625	89	0.99984769515639
44	0.694658370459	90	1
45	0.70710678118655		

I tabellen kan vi t.ex. se att om vinkeln v är 30° så är sinusvärdet 0,5.

Eller sagt på annat sätt: Vinkeln $v = 30^\circ$ har ett sinusvärde = 0,5

Eller ännu kortare: $\sin 30^\circ = 0,5$

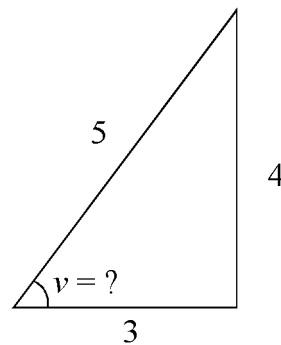
Förr använde man faktiskt sådana här tabeller, fast med decimaler på vinklarna också. Idag finns alla sinusvärden i de flesta miniräknare.

481 Rita nu en rätvinklig triangel där vinkeln v är 30° .
Vad har den vinkeln för sinusvärde?

482 Rita nu en rätvinklig triangel där vinkeln v är 35° .
a) Vad har den vinkeln för sinusvärde?
b) Stämmer det på värdet i tabellen?

Cosinusvärden

Låt oss nu återvända till vår triangel:



Näraliggande katet har längden 3, och det visar sig att följande division *också* är ett bra mått på hur stor vinkeln v är:

$$\frac{\text{näraliggande katet}}{\text{hypotenusan}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Detta värde kallas *cosinusvärdet* för vinkeln v , och skrivs $\cos v = 0,6$.

Ett visst cosinusvärde ger också *alltid samma värde* på vinkeln v . Det vill säga att i all trianglar där $\cos v$ har ett visst värde så har vinkeln v ett visst värde.

Även här kan vi göra en enkel tabell.

Enkel tabell för cosinusvärden

v	$\frac{\text{näriliggande katet}}{\text{hypotenusa}}$	v	$\frac{\text{näriliggande katet}}{\text{hypotenusa}}$
0	1	46	0.694658370459
1	0.99984769515639	47	0.6819983600625
2	0.9993908270191	48	0.66913060635886
3	0.99862953475457	49	0.65605902899051
4	0.99756405025982	50	0.64278760968654
5	0.99619469809175	51	0.62932039104984
6	0.99452189536827	52	0.61566147532566
7	0.99254615164132	53	0.60181502315205
8	0.99026806874157	54	0.58778525229247
9	0.98768834059514	55	0.57357643635105
10	0.98480775301221	56	0.55919290347075
11	0.98162718344766	57	0.54463903501503
12	0.97814760073381	58	0.5299192642332
13	0.97437006478524	59	0.51503807491005
14	0.970295726276	60	0.5
15	0.96592582628907	61	0.48480962024634
16	0.96126169593832	62	0.46947156278589
17	0.95630475596304	63	0.45399049973955
18	0.95105651629515	64	0.43837114678908
19	0.94551857559932	65	0.4226182617407
20	0.93969262078591	66	0.4067366430758
21	0.9335804264972	67	0.39073112848927
22	0.92718385456679	68	0.37460659341591
23	0.92050485345244	69	0.3583679495453
24	0.9135454576426	70	0.34202014332567
25	0.90630778703665	71	0.32556815445716
26	0.89879404629917	72	0.30901699437495
27	0.89100652418837	73	0.29237170472274
28	0.88294759285893	74	0.275637355817
29	0.8746197071394	75	0.25881904510252
30	0.86602540378444	76	0.24192189559967
31	0.85716730070211	77	0.22495105434387
32	0.84804809615643	78	0.20791169081776
33	0.83867056794542	79	0.19080899537654
34	0.82903757255504	80	0.17364817766693
35	0.81915204428899	81	0.15643446504023
36	0.80901699437495	82	0.13917310096007
37	0.79863551004729	83	0.12186934340515
38	0.78801075360672	84	0.10452846326765
39	0.77714596145697	85	0.087155742747658
40	0.76604444311898	86	0.069756473744125
41	0.75470958022277	87	0.052335956242944
42	0.74314482547739	88	0.034899496702501
43	0.73135370161917	89	0.017452406437284
44	0.71933980033865	90	0
45	0.70710678118655		

Så en vinkel ν har både ett sinusvärde och ett cosinusvärde.

483 Rita nu en rätvinklig triangel där vinkeln ν är 45° .

- Vad har den vinkeln för sinusvärde?
- Stämmer det på värdet i tabellen?
- Vad har den vinkeln för cosinusvärde?
- Stämmer det på värdet i tabellen?

Använd nu en miniräknare som har inbyggda funktioner för att beräkna sinus och cosinus. Avrunda till 3 decimaler.

- 484** a) $\cos 45^\circ$ b) $\sin 45^\circ$ c) $\cos 60^\circ$
- 485** a) $\sin 15^\circ$ b) $\sin 90^\circ$ c) $\cos 90^\circ$
- 486** a) $\sin 0^\circ$ b) $\cos 0^\circ$ c) $\sin 30^\circ$

Beräkna med hjälp av rätvinkliga trianglar. Avrunda till 2 decimaler.

- 487** a) $\sin 25^\circ$ b) $\cos 50^\circ$ c) $\sin 40^\circ$
- 488** a) $\cos 15^\circ$ b) $\sin 70^\circ$ c) $\cos 45^\circ$
- 489** a) $\cos 75^\circ$ b) $\cos 60^\circ$ c) $\sin 65^\circ$
- 490** Vad är $\cos 30^\circ$ om du vet att $\sin 60^\circ \approx 0,87$?
- 491** Vad är $\sin 45^\circ$ om du vet att $\cos 45^\circ \approx 0,71$?

Räkna med sinus och cosinus

Låt oss nu gå ett steg vidare.

Antag att $\sin \nu = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusa}} = 0,5$ och antag också att triangelns

hypotenusa är 6 cm. Hur lång är då motstående katet?

Ovanstående sinusekvation kan ju skrivas som:

hypotenusa $\cdot \sin \nu =$ motstående katet , eller hur?

Alltså är det bara att multiplicera 6 med 0,5.

Svar: Motstående katet är 3 cm lång

Likadant är det med cosinusekvationen:

hypotenusa $\cdot \cos v =$ näraliggande katet , eller hur?

Beräkna kateterna till 2 decimalers noggrannhet om hypotenusan är 8 cm och vinkeln v är ...

492 a) 30° b) 10° c) 45°

493 a) 60° b) 80° c) 20°

Beräkna hypotenusan till 2 decimalers noggrannhet om vinkeln $v = 30^\circ$ och motstående katet är ...

494 a) 2 cm b) 5 cm c) 10 cm

495 a) 3,5 cm b) 14,8 cm c) 6,3 m

Beräkna hypotenusan till 2 decimalers noggrannhet om vinkeln $v = 75^\circ$ och näraliggande katet är ...

496 a) 3 cm b) 7 cm c) 13 cm

497 b) 2,7 cm b) 35 cm c) 14,5 m

Facit

Facit – De fyra räknesätten

- 1** a) 45
 b) 146
 c) 152
- 2** a) 89
 b) 683
 c) 1011
- 3** a) 54
 b) 541
 c) 1625
- 4** a) 768
 b) 130
 c) 4825
- 5** a) 1435
 b) 133
 c) 689
- 6** a) 441
 b) 195
 c) 465
- 7** a) 11
 b) 24
 c) 416
- 8** a) 55
 b) 437
 c) 9
- 9** a) 1102
 b) 1009
 c) 889
- 10** a) 389
 b) 2903
 c) 46
- 11** a) 2368
 b) 3075
 c) 1573
- 12** a) 387
 b) 143
 c) 389
- 13** a) 155
 b) 3010
 c) 69
- 14** a) 126
 b) 180
 c) 104
- 15** a) 408
 b) 264
 c) 225
- 16** a) 300
 b) 228
 c) 368
- 17** a) 352
 b) 625
 c) 2622
- 18** a) 286
 b) 304
 c) 1302
- 19** a) 20
 b) 41
 c) 122
- 20** a) 18
 b) 16
 c) 128
- 21** a) 21
 b) 5
 c) 31
- 22** a) 20
 b) 12
 c) 23
- 23** a) 16
 b) 250
 c) 3
- 24** a) 23
 b) 64
 c) 5
- 25** 3
- 26** 2
- 27** 50
- 28** 100
- 29** 47
- 30** 123
- 31** 30
- 32** 19
- 33** 8
- 34** a) 39,9
 b) 8,79
- 35** a) 89,34
 b) 181,489
- 36** a) 27,33
 b) 601,59
- 37** a) 103898,211
 b) 9169,287
- 38** a) 52,4
 b) 71,17
- 39** a) 159,898
 b) 59,52
- 40** a) 188,88
 b) 386,65
- 41** a) 9135,386
 b) 1718,725
- 42** a) 81,5
 b) 102,96
 c) 905,3365
- 43** a) 1,8048
 b) 33,6
 c) 228,41
- 44** a) 10494,7796
 b) 22,227
 c) 1041,6
- 45** a) 2325,888
 b) 283,185
 c) 423,54
- 46** a) 0,0408
 b) 27,7302
 c) 2302,5064
- 47** a) 3453,7117
 b) 42
 c) 17,44
- 48** a) 1,5
 b) 63,125
 c) 1,5625
- 49** a) 1,44
 b) 0,289
 c) 0,45
- 50** a) 0,701
 b) 2,18
 c) 2,9
- 51** a) 64
 b) 18,4
 c) 250
- 52** a) 3
 b) 8
 c) 50
- 53** a) 7,05 kr
 b) 78,85 kr
 (79 kr)
- 54** a) 773,50 kr
 b) 226,50 kr
- 55** 2236 kr
- 56** a) 20 kr
 b) 100 kr
- 57** a) 10
 b) 11
- 58** a) 12
 b) 25
- 59** a) 24
 b) 105
- 60** a) 41
 b) 389
- 61** a) 25
 b) 50
- 62** a) 77
 b) 188
- 63** a) 54
 b) 160
 c) 70
- 64** a) 96
 b) 80
 c) 168
- 65** a) 300
 b) 250
 c) 864
- 66** a) 216
 b) 576
 c) 1512
- 67** a) 6 cm
 b) 7 cm
 c) 12 cm
- 68** a) 1 cm
 b) 8 cm
 c) 11 cm
- 69** a) 24 cm
 b) 101 cm
 c) 0 cm
- 70** a) 16 cm
 b) 122 cm
 c) 19 cm
- 71** a) 1,25
 b) 54,32
 c) 49,46
- 72** a) 152,91
 b) 0,99
 c) 1,56
- 73** a) 79,39
 b) 2,23
 c) 13,24
- 74** a) 52,16
 b) 45,67
 c) 6,90

Facit – Uttryck med flera räknesätt

112 a) 10
b) 47
c) 26

113 a) 26
b) 18
c) 12

114 a) 31
b) 28
c) 12

115 a) 4
b) 19
c) 80

116 a) 2
b) 44
c) 2

117 a) 9
b) 47
c) 37

118 a) 21
b) 50
c) 51

119 a) 4
b) 6

120 a) 18
b) 12

121 a) 14
b) 24

122 a) 40
b) 72

123 a) 110
b) 84

124 a) 6
b) 7

125 a) 50,4
b) 44

126 a) 4
b) 0,5

127 a) 72
b) 12

128 a) 21
b) 72

129 a) 10
b) 12

130 a) 36
b) 150

131 a) 68
b) 63

132 a) 20
b) 82

133 a) 68
b) 26

134 a) 693
b) -1234

135 a) 130
b) 100

136 a) 40
b) 750

137 a) 144
b) -68

Facit – Negativa tal

138 a) -2
b) -4
c) -6

139 a) -31
b) -11
c) -36

140 a) -6
b) -11
c) 4

141 a) 4
b) 2
c) 8

142 a) 7
b) -1
c) -1

143 a) -11
b) 0
c) -3

144 a) 15
b) -8
c) 7

145 a) -13
b) 9

146 a) -4
b) -15
c) -12

147 a) 4
b) -21
c) 60

148 a) -1
b) -5
c) 5

149 a) 27
b) -5
c) 5

150 a) 3,5
b) 5,5
c) -23,9

151 a) -4,2
b) -0,9
c) 24,9

152 a) -33,48
b) 0,5
c) -16,5

Facit – Bråkform, decimalform, procentform

- 153 a) Den övre
b) Den undre
- 154 a) Kvot
b) Ja
- 155 a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{1}{4}$
- 156 a) $\frac{1}{3}$
b) $\frac{1}{5}$
- 157 a) $\frac{2}{5}$
b) $\frac{3}{7}$
- 158 a) $\frac{7}{4}$
b) $\frac{5}{8}$
- 159 a) $\frac{12}{16}$
b) $\frac{3}{4}$
- 160 a) $\frac{2}{9}$
b) $\frac{1}{19}$
- 161 a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- 162 a) $\frac{1}{10}$
b) $\frac{1}{100}$
- 163 a) $\frac{100}{100} = 1$
b) $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$
- 164 a) 100 kr
b) 50 kr
c) 150 kr
- 165 a) 200 kr
b) 20 kr
c) 2 kr
- 166 a) 2 m
b) 4 m
c) 8 m
- 167 a) 0,08 m
b) 1 m
c) 0,8 m
- 168 a) 40 m
b) 125 m
c) 10 cm
- 169 a) 300 m
b) 1 mil
c) 200 km
- 170 a) 18 st
b) 150 st
c) 45 st
- 171 a) 90 st
b) 36 st
c) 9 st
- 172 a) $1\frac{1}{4}$
b) $1\frac{2}{3}$
- 173 a) $2\frac{2}{5}$
b) $3\frac{2}{6}$
- 174 a) $1\frac{6}{8}$
b) $1\frac{4}{5}$
- 175 a) $1\frac{3}{10}$
b) $1\frac{6}{9}$
- 176 a) 0,5 och 50 %
b) 0,55 och 55 %
c) 3,25 och 325 %
- 177 a) 0,625 och 62,5 %
b) 0,25 och 25 %
c) 7 och 700 %
- 178 a) 0,025 och 2,5 %
b) 1,5 och 150 %
c) 5 och 500%
- 179 a) $\frac{40}{100}$ och 40 %
b) $\frac{4}{100}$ och 4 %
c) $4\frac{4}{100}$ och 404 %
- 180 a) $4\frac{10}{100}$ och 410 %
b) $\frac{25}{100}$ och 25 %
c) $\frac{50}{100}$ och 50 %
- 181 a) $\frac{52}{100}$ och 52 %
b) $\frac{75}{100}$ och 75 %
c) $3\frac{25}{100}$ och 325 %
- 182 a) 3 %
b) 50 %
c) 10 %
- 183 a) 45 %
b) 25 %
c) 50 %
- 184 a) 95 %
b) 0,5 %
c) 0,1 %
- 185 a) $\frac{4}{5}$
b) $\frac{7}{7}$
- 186 a) $\frac{1}{1}$
b) $\frac{9}{10}$
- 187 a) $\frac{20}{10}$
b) $\frac{200}{28}$
- 188 a) $\frac{12}{5}$
b) $\frac{3}{44}$
- 189 a) $\frac{6}{8}$
b) $\frac{17}{30}$
- 190 a) 150 kr
b) 75 kr
c) 225 kr
- 191 a) 15 kr
b) 300 kr
c) 750 kr
- 192 a) 25 kr
b) 150 kr
c) 50 kr
- 193 a) 31,25 kr
b) 100 kr
c) 1500 kr
- 194 a) 100 kr
b) 200 kr
c) 50 kr

- 195** a) 80 kr
b) 300 kr
c) 60 kr

- 196** a) 100 kr
b) 20 kr
c) 50 kr

- 197** a) 500 kr
b) 110 kr
c) 75 kr

- 198** a) 135 kr
b) 270 kr
c) 67,50 kr

- 199** a) 108 kr
b) 405 kr
c) 81 kr

- 200** a) 10 %
b) 20 %
c) 50 %

- 201** a) 12 %
b) 25 %
c) 75 %

- 202** a) $\frac{1}{4}$ är fylld, $\frac{3}{4}$ är

inte fylld
b) 25 % är fylld,
75 % är inte fylld
c) 0,25 är fylld, 0,75
är inte fylld

- 203** a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ är fylld,

$\frac{3}{4}$ är inte fylld
b) 25 % är fylld,
75 % är inte fylld
c) 0,25 är fylld, 0,75
är inte fylld

- 204** a) $\frac{1}{4}$ är fylld, $\frac{3}{4}$ är

inte fylld
b) 25 % är fylld,
75 % är inte fylld

c) 0,25 är fylld, 0,75
är inte fylld

- 205** a) $\frac{1}{2}$ är fylld, $\frac{1}{2}$ är

inte fylld
b) 50 % är fylld,
50 % är inte fylld
c) 0,5 är fylld, 0,5 är
inte fylld

- 206** a) $\frac{1}{3}$ är fylld, $\frac{2}{3}$ är

inte fylld
b) 33,33 ... % är fylld,
66,66 ... % är inte fylld
c) 0,33333 ... är fylld,
0,66666 är inte fylld

Facit – Räkna med bråk

207 a) $\frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$

b) $\frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

c) $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

208 a) $\frac{8}{4} = 2$

b) $\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

209 a) $\frac{7}{7} = 1$

b) $\frac{8}{6} + \frac{3}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

210 a) $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

b) $\frac{4}{12} + \frac{6}{12} + \frac{36}{12} = \frac{46}{12} = 3\frac{10}{12}$

c) $\frac{20}{10} = 2$

211 a) 1

b) 0,5

c) 1,4

212 a) 0,5

b) 0,7

c) 0,05

213 a) 0

b) 1,25

c) 0,7

214 a) 7,35

b) 0,4

c) 1,4

215 a) 0,7

b) 7,35

c) 5,9

216 a) 16,2

b) 4,15

c) 16,75

217 a) $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{6}{16} + \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$

c) $\frac{6}{16} - \frac{5}{16} = \frac{1}{16}$

218 a) $\frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{9}{20}$

b) $\frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$

c) $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{19}{15} = 1\frac{4}{15}$

219 a) $\frac{7 \cdot 10}{8 \cdot 10} - \frac{5 \cdot 8}{10 \cdot 8} = \frac{70}{80} - \frac{40}{80} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$

b) $1\frac{4}{7} + \frac{3}{9} = \frac{11 \cdot 9}{7 \cdot 9} + \frac{3 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{99}{63} + \frac{21}{63} = \frac{120}{63} = 1\frac{57}{63}$

c) $\frac{15}{4} - \frac{5}{12} = \frac{15 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{5}{12} = \frac{45}{12} - \frac{5}{12} = \frac{45-5}{12} = \frac{40}{12} = 3\frac{4}{12} = 3\frac{4/4}{12/4} = 3\frac{1}{3}$

220 a) $\frac{4/2}{6/2} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{6/2}{10/2} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{2/2}{16/2} = \frac{1}{8}$

221 a) $\frac{10/2}{20/2} = \frac{5}{10}$

b) $\frac{50/2}{40/2} = \frac{25}{20} = \frac{25/5}{20/5} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

Man skriver naturligtvis alltid om och förkortar så långt som möjligt, även om det inte står att man behöver det.

c) $\frac{24/2}{52/2} = \frac{12/2}{26/2} = \frac{6}{13}$ Här gick det alltså att förkorta ytterligare en gång.

222 a) $\frac{3/3}{6/3} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{6/3}{24/3} = \frac{2/2}{8/2} = \frac{1}{4}$

Efter att ha förkortat med 3 först, såg vi att det gick att förkorta med 2 också.

$$c) \frac{12/3}{33/3} = \frac{4}{11}$$

$$223 \text{ a) } \frac{9/3}{21/3} = \frac{3}{7}$$

$$b) \frac{36/3}{48/3} = \frac{12/2}{16/2} = \frac{6/2}{8/2} = \frac{3}{4}$$

I steg 2 kunde vi ha förkortat med 4 direkt, men det är naturligtvis inte fel att ta det steg för steg som vi gjorde.

$$c) \frac{6/3}{12/3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Likadant här. Vi kunde ha förkortat med 6 direkt.

$$224 \text{ a) } \frac{12/4}{16/4} = \frac{3}{4}$$

$$b) \frac{6/6}{42/6} = \frac{1}{7}$$

$$c) \frac{16/16}{64/16} = \frac{1}{4}$$

$$225 \text{ a) } \frac{8/4}{20/4} = \frac{2}{5}$$

$$b) \frac{18/3}{21/3} = \frac{6}{7}$$

$$c) \frac{30/30}{210/30} = \frac{3}{7}$$

Facit – Klockan

- 226 a) 09.30
b) 21.20
- 227 a) 03.45
b) 22.50
- 228 a) 07.35
b) 11.55
- 229 a) 21.40
b) 19.37
- 230 a) 06.57
b) 14.15
- 231 a) halv ett på eftermiddagen
c) halv nio på kvällen
b) kvart över nio på morgonen
- 232 a) sju på morgonen
c) fem över halv elva på kvällen
b) tjugo över tio på förmiddagen
- 233 a) fem över halv sex på morgonen
c) kvart i sju på morgonen
b) fem i halv fyra på eftermiddagen
- 234 a) tjugo i tolv på förmiddagen
c) fem i halv åtta på kvällen
b) kvart i två på eftermiddagen
- 235 a) tio över åtta på morgonen
c) fem över halv sex på eftermiddagen
b) tre minuter i fyra på morgonen
- 236 a) tio över fem på morgonen
c) 1 minut i halv tre på eftermiddagen
b) 1 minut i tio på kvällen
- 237 a) 1 minut över åtta på morgonen
c) 21 minuter över 12 på eftermiddagen
b) fem i tolv på kvällen
- 238 a) 3 timmar
b) 50 minuter
- 239 a) 4 timmar och 10 minuter
b) 30 minuter
- 240 a) 9 timmar och 59 minuter
b) 3 timmar och 25 minuter
- 241 a) 1 timme och 50 minuter
b) 8 timmar 57 minuter
- 242 a) 4 timmar och 44 minuter
b) 40 minuter
- 243 a) 2 dygn
b) 3 dygn
- 244 a) 2 dygn
b) 2 dygn
- 245 a) 25 timmar
b) 140 timmar
- 246 a) 57 timmar
b) 103 timmar
- 247 a) 1206 minuter
b) 5565 minuter
- 248 a) $3 \cdot 24 \cdot 60 + 11 \cdot 60 + 45 = 5025$ minuter
b) $2 \cdot 24 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 50 = 3050$ minuter
- 249 a) $5 \cdot 60 \cdot 60 = 18000$ sekunder
b) $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$ sekunder
- 250 a) $2 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 + 8 \cdot 60 \cdot 60 + 10 \cdot 60 = 202200$ sekunder
b) $6 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 - 64 \cdot 60 = 514560$ sekunder

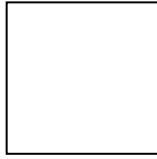
Facit – Tidszoner

- 251** Stockholm befinner sig på +1 och London på 0, så skillnaden blir:
 $\text{London} + 1 \text{ timme} = 15.00 \rightarrow \text{London} = 15.00 - 1 \text{ timme} = 14.00$
- 252** $\text{London} + 1 \text{ timme} = 15.00 + 1 \text{ timme} = 16.00$
- 253** New York befinner sig på -4 och Moskva på +3. Det betyder en skillnad på 7 timmar.
 $\text{Moskva} - 7 \text{ timmar} = 21.00 - 7 \text{ timmar} = 14.00$
- 254** När hon är framme så visar klockorna i Stockholm 10.05 + 2,5 timmar = 12.35
 Stockholm på +1 och Moskva på +3 ger en skillnad på 2 timmar.
 $\text{Stockholm} + 2 \text{ timmar} = 12.35 + 2 \text{ timmar} = 14.35$
- 255** Den svarade vi på i förra uppgiften, nämligen 12.35
- 256** Hon har förlorat tidsskillnaden mellan Stockholm och Moskva, nämligen 2 timmar. (Vi antar att "förlorat" inte inbegriper själva resan, som ju faktiskt kan användas till produktiva saker.)
- 257** Det första man måste slå fast är att lokal tid betyder vad klockan är där man befinner sig. I detta fallet är alltså klockan 08.50 i London. Hur mycket är klockan i Stockholm vid den tidpunkten? Tja, Stockholm befinner sig ju på +1 och London på 0, så det skiljer 1 timme. Alltså är klockan 09.50 i Stockholm. Det har förflutit 2 timmar och 50 minuter sedan starten på Arlanda.
- 258** Den svarade vi på i förra uppgiften, nämligen 09.50
- 259** New York befinner sig på -4 och Helsingfors på +2. Det betyder en skillnad på 6 timmar.
 $\text{New York} + \text{restiden} = 17.55 + 7 \text{ timmar} = 00.55$ Så mycket är klockan i New York när vi landar i Helsingfors. Eftersom skillnaden är +6 timmar $\rightarrow 00.55 + 6 \text{ timmar} = 06.55$
- 260** Tidsskillnaden räknade vi ut i förra uppgiften och den är 6 timmar.

Facit – Geometriska begrepp

Observera att många av uppgifterna kan lösas på olika sätt, och facit är då bara att betrakta som *ett exempel* på ett korrekt svar.

261 a) _____



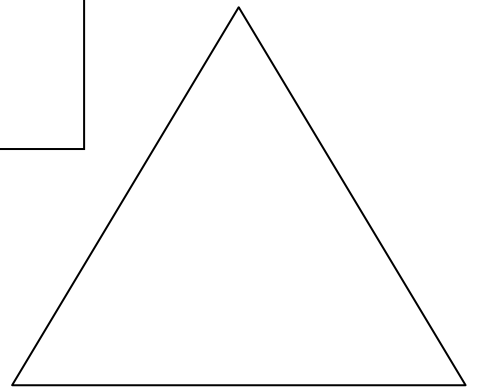
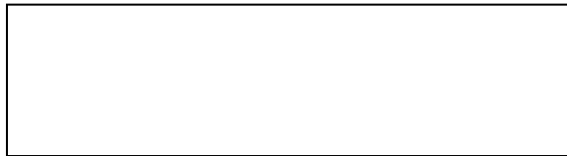
b) _____



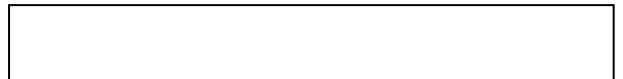
262



263



264



265 1 kvadratdecimeter är en kvadrat med 10 cm långa sidor. Aren i cm blir då:
 $10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$

266 10 rader

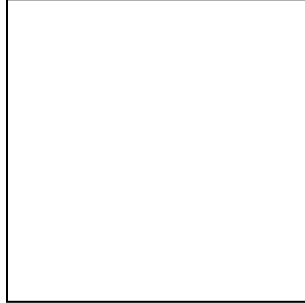
267 10 kolumner

Upptäck Rymdresan.se - ett övningsmaterial på webben

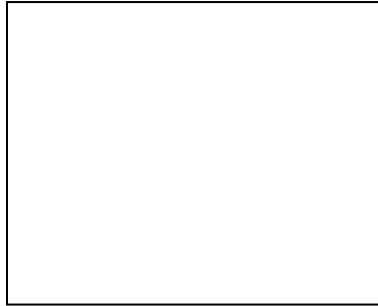
268 a)



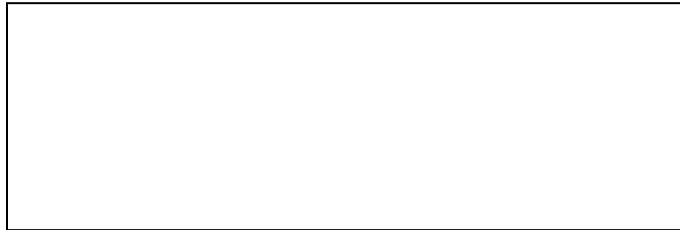
b)



c)



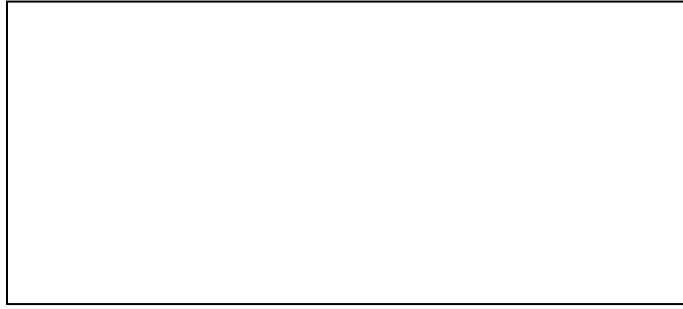
269 a)



b)



c)



270 Aren av en rektangel beräknas genom att multiplicera bredden med höjden.

271 a) Omkrets = $3 + 3 + 2 + 2 = 10$ cm, Area = $3 \cdot 2 = 6$ cm²

b) Omkrets = $4 + 4 + 2 + 2 = 12$ cm, Area = $4 \cdot 2 = 8$ cm²

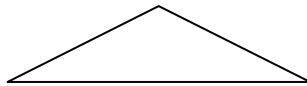
c) Omkrets = $3 + 3 + 1 + 1 = 8$ cm, Area = $3 \cdot 1 = 3$ cm²

272 a) Area = $\frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ cm², Omkrets = $2 + 2,25 + 2,25 = 6,5$ cm

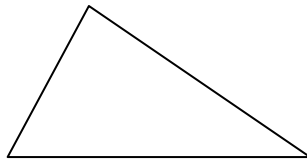
b) Area = $\frac{2 \cdot 3}{2} = 3$ cm², Omkrets = $2 + 3 + 3,6 = 8,6$ cm

c) Detta är ju samma triangel som förra, eller hur?

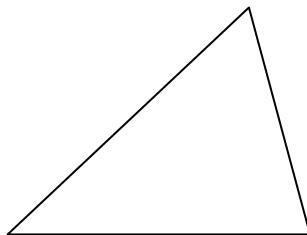
273 a)



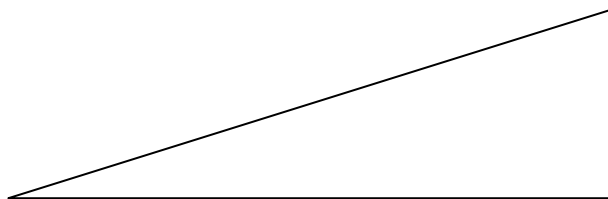
b)



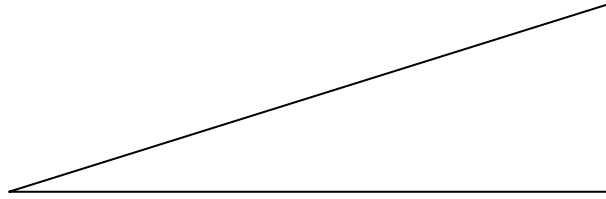
c)



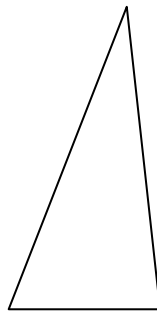
274 a)



b)



c)



275 a) Vi mäter diametern och får den till 2 cm. Det betyder att radien är 1 cm.

$$\text{Area} = \text{radien} \cdot \text{radien} \cdot \pi = 1 \cdot 1 \cdot \pi = \pi \approx 3,14 \text{ cm}^2$$

$$\text{Omkrets} = \text{diametern} \cdot \pi = 2 \cdot \pi \approx 2 \cdot 3,14 = 6,28 \text{ cm}$$

b) Diametern är 3 cm och radien är då 1,5 cm.

$$\text{Area} = 1,5 \cdot 1,5 \cdot \pi \approx 7,06 \text{ cm}^2$$

$$\text{Omkrets} = 3 \cdot \pi \approx 9,42 \text{ cm}$$

c) Diametern är 1,5 cm och radien är då 0,75 cm.

$$\text{Area} = 0,75 \cdot 0,75 \cdot \pi \approx 1,77 \text{ cm}^2$$

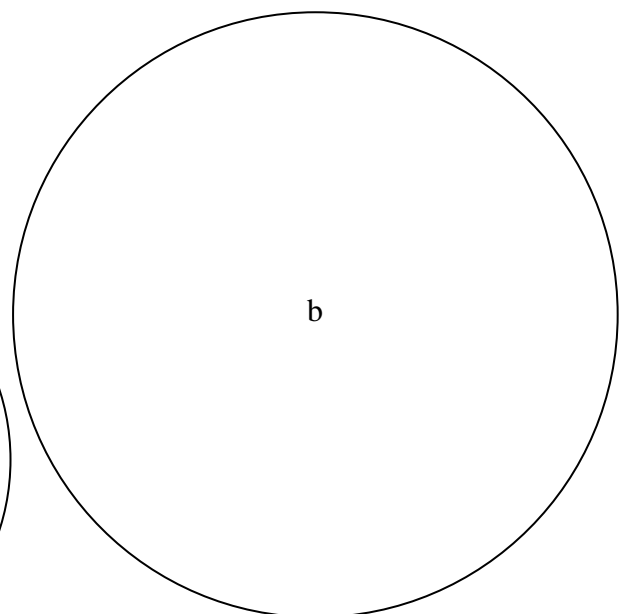
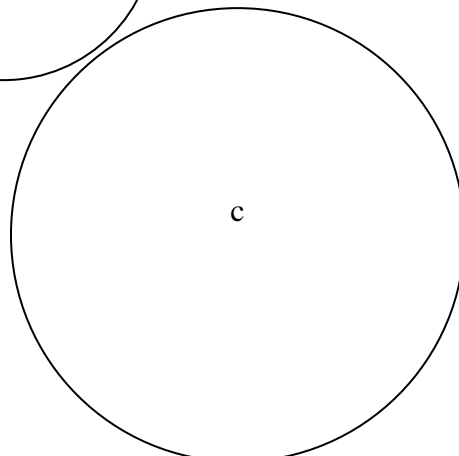
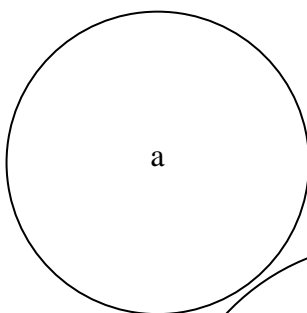
$$\text{Omkrets} = 1,5 \cdot \pi \approx 4,71 \text{ cm}$$

276 a) Eftersom arean är radien \cdot radien $\cdot \pi$, så måste ju radien \cdot radien vara 4 cm, eller hur?

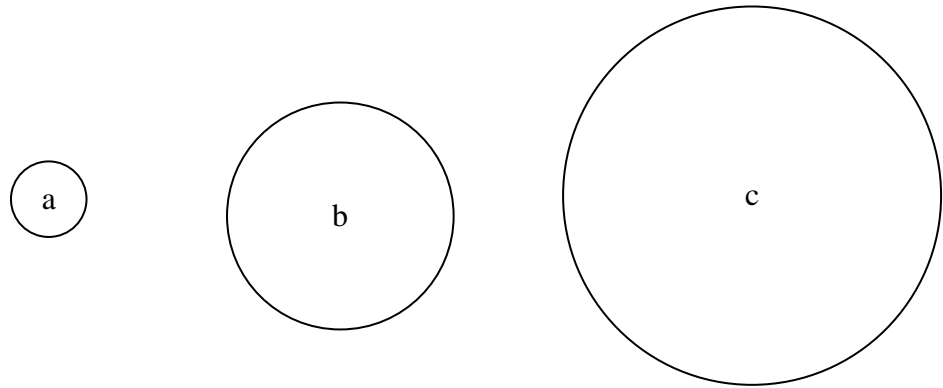
Radien måste då vara 2 cm. Och om radien är 2 cm så är omkretsen 4 cm. Dags att rita!

b) radien \cdot radien $\cdot \pi$ ska vara $16 \cdot \pi$. Det betyder att radien = 4 och då är omkretsen 8 cm.

c) radien \cdot radien $\cdot \pi$ ska vara $9 \cdot \pi$. Det betyder att radien = 3 och då är omkretsen 6 cm.



- 277 a) Eftersom omkretsen räknas ut som diametern $\cdot \pi$ så måste diametern vara 1 cm.
 b) diametern $\cdot \pi$ ska nu vara $3 \cdot \pi$, och då måste diametern vara 3 cm.
 c) diametern $\cdot \pi$ ska nu vara $5 \cdot \pi$, och då måste diametern vara 5 cm.



278 $\text{Arean} = \text{sidan} \cdot \text{sidan} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$.

279 $\text{Arean} = \text{radien} \cdot \text{radien} \cdot \pi = 1 \cdot 1 \cdot \pi \approx 3,14 \text{ cm}^2$.

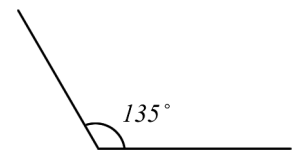
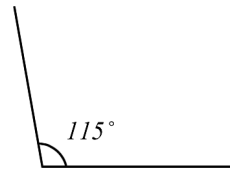
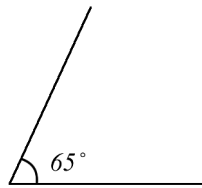
280 Mät dessa!

281 Mät dessa!

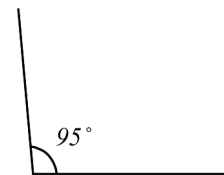
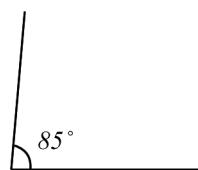
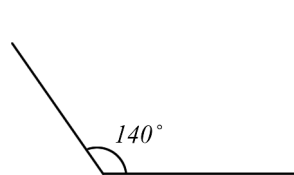
282 a) 360° b) 180°

283 a) 90° b) 720°

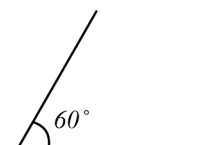
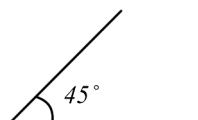
284 a) b) c)



285 a) b) c)



286 a) b) c)



287 4

288 Motstående vinklar är lika

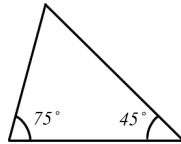
289 a) B, C, D, F b) A, B, E, F c) A, E

290 a) $x = y = z = 60^\circ$ b) 180°

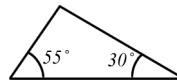
291 a) Mät b) 180°

292 Ja

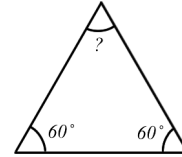
293 a)



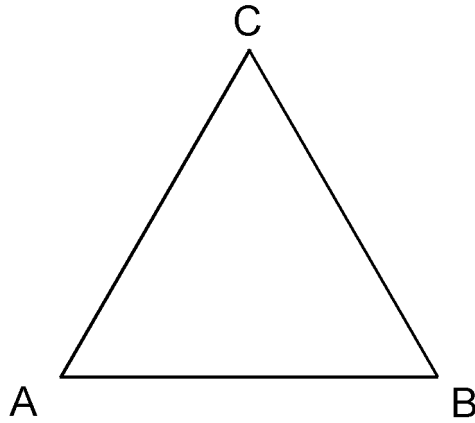
b)



c)

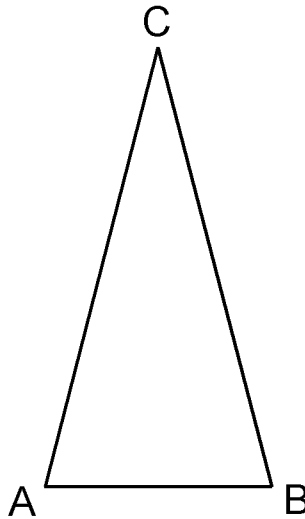


294



295 Liksidig

296



297 Likbent

298 3 cm

299 -

300 75°

301 30°

302 5 cm

303 Rätvinklig

Facit – Väg, tid, fart

$$304 \quad \frac{5 \cdot 1000}{30 \cdot 60} \approx 2,78 \text{ m/s}$$

$$305 \quad \frac{250 \cdot 1000}{3 \cdot 60 \cdot 60} \approx 23,15 \text{ m/s}$$

$$306 \quad \frac{m}{s} = \frac{3600m}{3600s} = \frac{3,6km}{1h}, \text{ dvs. } 1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

307 Om vi utgår från förhållandet mellan m/s och km/h som vi räknade ut nyss så blir uppgiften enkel. $15 \text{ m/s} = 15 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 54 \text{ km/h}$

308 Samma sak här. Nu är uppgiften dock att ta reda på hur många 3,6:or det går på 110, eller

$$\text{hur? Svar: } \frac{110}{3,6} \approx 27,8 \text{ m/s}$$

309 Låt oss utgå från 50 m/s. Hur många km/h är det? Svar: $50 \cdot 3,6 = 180 \text{ km/h}$ som är snabbare än 150 km/h

310 Medelavståndet slog jag upp och fick fram 384 400 km. Låt oss använda sambandet:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{384400000}{10000} = 38440 \text{ s } (= \frac{38440}{3600} \text{ h} \approx 10,7 \text{ timmar})$$

311 $100 \cdot 2 + 70 \cdot 2 = 340 \text{ km}$ (Ibland är det mycket lättare att räkna med kilometer och timmar. Man får helt enkelt bestämma vad som känns naturligt, från uppgift till uppgift.)

312 Låt oss jämföra båda sätten i den här uppgiften. Först räknar vi med km och timmar.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2,5}{50} = 0,05 \text{ timmar} \text{ Hur mycket är } 0,05 \text{ timmar då? Ja, det måste vi nästan}$$

räkna ut innan vi kan säga det, eller hur? Då är frågan: Hur mycket är 5 % av 60 minuter? Jo, $0,05 \cdot 60 = 3$ minuter, eller hur? Problemet att räkna med timmar och km i denna uppgiften var att vi var tvungna att *fortsätta räkna* för att kunna "begripa" svaret. Låt oss nu prova med meter och sekunder.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2500}{\frac{50000}{3600}} \approx \frac{2500}{13,89} \approx 179,99 \text{ sekunder dvs. ungefär } 3 \text{ minuter } (3 \cdot 60 = 180).$$

Här var problemet att vi fick en lite "bökgigare" division, och om vi inte vet hur man hanterar en sådan division, får vi räkna ut ett "mellanvärde" (13,89) och som gör att vi får en avrundning istället för ett exakt värde. Om man vet hur man gör skulle uträkningen

$$\text{sett ut så här: } t = \frac{s}{v} = \frac{2500}{\frac{50000}{3600}} = \frac{2500}{50000} \cdot \frac{3600}{1} = 180 \text{ sekunder} = 3 \text{ minuter}$$

Oavsett vilken väg vi väljer kan vi konstatera att vi stöter på ett "visst" motstånd, och det är naturligtvis svårt att veta innan man börjar räkna. Man får helt enkelt chansa och välja en metod. Om den skulle kännas för bökgig, kan man ju alltid prova den andra. Matematik är ett hantverk som man blir bättre på ju mer man övar.

$$313 \quad v = \frac{s}{t} = \frac{15 \cdot 10 \cdot 1000}{2 \cdot 60 \cdot 60} \approx 20,83 \text{ m/s } (= 20,83 \cdot 3,6 \approx 75 \text{ km/h})$$

Här hade det varit mycket lättare att välja kilometer och timmar.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{15 \cdot 10}{2} = 75 \text{ km/h}$$

314 a) Eva färdades: $s = v \cdot t = 6 \cdot 2 = 12 \text{ km}$, och Anders:

$$s = \frac{15000}{3600} \cdot (45 \cdot 60) = 11250 \text{ meter} = 11,25 \text{ km}$$

b) Eva

315 1 h och 30 minuter är ju 1,5 timmar. $s = 23 \cdot 1,5 = 34,5 \text{ km}$

316 En kvart är ju 0,25 timmar. $s = 50 \cdot 0,25 = 12,5 \text{ km}$

$$317 \quad v = \frac{s}{t} = \frac{400 \cdot 10}{4} = 1000 \text{ km/h}$$

318 Vi måste först räkna ut hur lång tid färden tog.

$$t = \frac{s}{v} = \frac{135}{70} = 1,93 \text{ timmar. } 0,93 \text{ timmar är ju } 0,93 \cdot 60 \approx 56 \text{ minuter. Alltså tog färden}$$

1 h och 56 minuter, och om vi räknar bakåt från 15.30 så kommer vi till 13.34. Svar: Han startade ungefär 13.34

$$319 \quad t = \frac{s}{v} = \frac{120}{80} = 1,5 \text{ timmar}$$

$$320 \quad t = \frac{s}{v} = \frac{300}{75} = 4 \text{ timmar Stefan var framme 13.00}$$

Facit – Potenser

{Text}= Ibland hittar du text och uträkningar som står mellan två "måsvingar", och de är till för att ge extra information. Det kan till exempel vara förslag till mellanberäkningar, för att underlätta huvudräkning.

- 321 a) Exponent
b) Bas

- 322 a) 5^3
b) 3^4
c) 9^6

- 323 a) 2^4
b) 10^3
c) 14^2

- 324 a) 25^4
b) 7^3
c) 13^4

- 325 a) $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$
b) $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$
c) $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

- 326 a) $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$
b) $6^2 = 6 \cdot 6 = 36$
c) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

- 327 a) $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
b) $0,7^2 = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$
c) $0,2^2 = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04$

- 328 a) $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
b) $0,5^2 = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$
c) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$

- 329 a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
Tips! Det är lättare att räkna i huvudet om du gör ett mellanled: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$.
b) $0,2^2 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = \{\text{nu gör vi ett mellanled}\} = 0,04 \cdot 0,2 = 0,008$
c) $0,1^2 = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01$

- 330 a) $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 36 \cdot 6 = 180 + 36 = 216$
b) $10^7 = 10000000$
c) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \cdot 5 = 500 + 125 = 625$

- 331 a) $3^2 + 2^3 = 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 9 + 8 = \{10 + 7\} = 17$
b) $5^2 - 3^2 = 5 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 25 - 9 = \{25 - 10 + 1\} = 16$
OBS! Talet ser alltså ut så här: $(+5)^2 - (+3)^2$
c) $6^2 - 4^2 = 6 \cdot 6 - 4 \cdot 4 = 36 - 16 = 20$

$$332 \text{ a) } 5^2 - 3^2 + 2^3 = \{\text{potenshuvudräkning}\} = 25 - 9 + 8 = 25 - 1 = 24$$

$$\text{b) } 7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$$

$$\text{c) } 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$$

$$333 \text{ a) } 2$$

$$\text{b) } 2$$

$$\text{c) } 3$$

$$334 \text{ a) } 2$$

$$\text{b) } 2$$

$$\text{c) } 2$$

$$335 \text{ a) } 10$$

$$\text{b) } 3$$

$$\text{c) } 10$$

$$336 \text{ a) } 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2} = 2^4$$

$$\text{b) } 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6$$

$$337 \text{ a) } 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^2 = 2^{3+5+2} = 2^{10}$$

$$\text{b) } 2^2 \cdot 2^7 \cdot 2^5 \cdot 2^3 = 2^{2+7+5+3} = 2^{17}$$

$$338 \text{ a) } 4^4 \cdot 4^2 = 4^{4+2} = 4^6$$

$$\text{b) } 25^6 \cdot 25^{16} = 25^{6+16} = 25^{22}$$

Ett mycket stort tal faktiskt. Prova att räkna detta på miniräknaren! Det kommer fler tal som är ännu större, och som din miniräknare antagligen inte ens kan räkna ut.

$$339 \text{ a) } 9^{112} \cdot 9^9 = \{\text{Nu hoppar vi över mellanledet}\} = 9^{121}$$

$$\text{b) } 102^{42} \cdot 102^{53} = 102^{95}$$

$$340 \text{ a) } 4^4 \cdot 5^4 \cdot 4^2 \cdot 5^2 = \{\text{varje bas för sig}\} = 4^{4+2} \cdot 5^{4+2} = 4^6 \cdot 5^6$$

$$\text{b) } 2^6 \cdot 2^3 \cdot 8^3 \cdot 8^4 = 2^{6+3} \cdot 8^{3+4} = 2^9 \cdot 8^7$$

$$341 \text{ a) } 9^4 \cdot 9^{-2} = \{\text{Bara att köra på}\} = 9^{4+(-2)} = \{\text{olika tecken ger minus}\} = 9^2$$

$$\text{b) } 10^7 \cdot 10^{-5} = 10^{7+(-5)} = 10^2$$

$$342 \text{ a) } \frac{4^2}{4^1} = 4^{2-1} = 4^1 = 4$$

$$\text{b) } \frac{7^5}{7^2} = 7^{5-2} = 7^3$$

$$\text{c) } \frac{3^9}{3^8} = 3^{9-8} = \{\text{Hoppar över } 3^1 \text{ steget nu}\} = 3$$

$$343 \text{ a) } \frac{2^{18}}{2^3} = 2^{15}$$

$$\text{b) } \frac{4^2}{4^3} = 4^{2-3} = 4^{-1}$$

$$\text{c) } \frac{7^5}{7^7} = 7^{5-7} = 7^{-2}$$

$$344 \text{ a) } \frac{3^9}{3^{10}} = 3^{-1}$$

$$\text{b) } \frac{2^{18}}{2^{20}} = 2^{-2}$$

$$\text{c) } \frac{4^{23}}{4^{20}} = 4^3$$

$$345 \text{ a) } \frac{4^{12} \cdot 3^3}{3^4 \cdot 4^9} = 4^3 \cdot 3^{-1}$$

$$\text{b) } \frac{5^3 \cdot 6^2}{3^2 \cdot 5^2} = \frac{5^{3-2} \cdot 6^2}{3^2} = \frac{5 \cdot 6^2}{3^2}$$

$$\text{c) } \frac{10^3 \cdot 10^3}{2^3 \cdot 2^2} = \frac{10^6}{2^5}$$

$$346 \text{ a) } 2^4 \cdot 2^6 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{b) } 5^2 \cdot 10^2 = 25 \cdot 100 = 2500$$

$$\text{c) } 10^4 \cdot 10^3 = 10^7 = 10000000$$

$$347 \text{ a) } \frac{2^8}{4^2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^4}{4 \cdot 4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2^4}{4 \cdot 4} = 2^4 = 16$$

$$\text{b) } \frac{4^4}{4^0} = \frac{4^4}{1} = 4^4 = 256$$

$$\text{c) } \frac{3^2}{3^{-1}} = 3^{2-(-1)} = 3^{2+1} = 3^3 = 27$$

$$348 \text{ a) } \frac{8^2 \cdot 8^{-3}}{3^{-4} \cdot 3^5} = \frac{8^{-1}}{3^1} = \{\text{förläng med } 8^1\} = \frac{8^{-1} \cdot 8^1}{3^1 \cdot 8^1} = \frac{8^0}{24} = \frac{1}{24}$$

$$\text{b) } \frac{5^0 \cdot 2^2}{3 \cdot 2^{-2}} = \frac{1 \cdot 2^{2-(-2)}}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \frac{10^{-2} \cdot 10^{-2}}{5^{-1} \cdot 4^{-2}} = \frac{10^{-2+(-2)}}{5^{-1} \cdot 4^{-2}} = \{\text{Förläng för att få bort de negativa exponenterna}\} =$$

$$\frac{10^{-4}}{5^{-1} \cdot 4^{-2}} \cdot \frac{10^4}{10^4} \cdot \frac{4^2}{4^2} \cdot \frac{5^1}{5^1} = \frac{4^2 \cdot 5^1}{10^4} = \frac{16 \cdot 5}{10000} = \frac{80}{10000} = 0,008$$

$$349 \text{ a) } 10^2 \cdot 4^2 - 7 = 1600 - 7 = 1593$$

$$\text{b) } 15 + 3^2 \cdot 3^2 - 25 = 81 - 10 = 71$$

$$350 \text{ a) } \frac{2^8 - 2^6}{4^2} = \frac{256 - 64}{16} = \frac{192}{16} = 12$$

$$\text{b) } \frac{8^2 - 2}{5^2 + 8^2} = \frac{256 - 2}{25 + 64} = \frac{254}{89} = 2\frac{76}{89} \{\approx 2,85\}$$

$$351 \text{ a) } 4^{-3} \cdot 5^2 \cdot 4^2 = 4^{-1} \cdot 5^2 = 4^{-1} \cdot 5^2 \cdot \frac{4^1}{4^1} = \frac{5^2 \cdot 4^0}{4^1} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

$$\text{b) } 3^2 \cdot 5^0 \cdot 1^9 = 9 \cdot 1 \cdot 1 = 9$$

$$352 \text{ a) } 10^1 \cdot 10^1 = 10^{1+1} = 10^2$$

$$\text{b) } 10^1 \cdot 10^1 \cdot 10^1 = 10^{1+1+1} = 10^3$$

$$\text{c) } 10000 = 10^1 \cdot 10^1 \cdot 10^1 \cdot 10^1 = 10^{1+1+1+1} = 10^4$$

Som du ser kan man direkt se hur stor exponenten ska vara, genom att titta på antalet nollor. Varje gång man multiplicerar med tio så ökar ju antalet nollor med en. I 10000 är det 4 st nollor, och vi kan direkt skriva: 10^4

$$353 \text{ a) } \text{Antalet nollor efter 1:an är 6. Alltså blir svaret: } 10^6$$

$$\text{b) } \text{Antalet nollor efter 1:an är 2. Alltså blir svaret: } 10^2$$

$$\text{c) } \text{Antalet nollor efter 1:an är 9. Alltså blir svaret: } 10^9$$

$$354 \text{ a) } 0,1 = \frac{1}{10} = \frac{10^0}{10^1} = 10^{0-1} = 10^{-1}$$

$$\text{b) } 0,001 = \frac{1}{1000} = \frac{10^0}{10^3} = 10^{0-3} = 10^{-3}$$

$$c) 0,000001 = \frac{1}{1000000} = \frac{10^0}{10^6} = 10^{0-6} = 10^{-6}$$

Även här ser du kanske ett mönster. Den negativa exponenten motsvarar antalet gånger vi dividerar med 10, och en division med 10 flyttar ju decimalkommat ett steg åt vänster. Räkna antalet steg från kommat tills du står med kommat precis till höger om 1:an. Visst är det 6 steg, eller hur?

- 355** a) Antalet steg med kommat är 2. Alltså blir svaret: 10^{-2}
 b) Antalet steg med kommat är 4. Alltså blir svaret: 10^{-4}
 c) Antalet steg med kommat är 9. Alltså blir svaret: 10^{-9}
- 356** a) $4 \cdot 10^2 = 4 \cdot 100 = 400$
 b) $6 \cdot 10^6 = 6 \cdot 1000000 = 6000000$
 c) $8 \cdot 10^3 = 8 \cdot 1000 = 8000$
- 357** a) $2,5 \cdot 10^3 = 2,5 \cdot 1000 = 2500$
 b) $3,25 \cdot 10^3 = 3,25 \cdot 1000 = 3250$
 c) $7,02 \cdot 10^6 = 7,02 \cdot 1000000 = 7020000$
- 358** a) $9,2 \cdot 10^{-1} = 9,2 \cdot 0,1 = 0,92$
 b) $6,58 \cdot 10^{-3} = 6,58 \cdot 0,001 = 0,00658$
 c) $1,4705 \cdot 10^6 = 1,4705 \cdot 1000000 = 1470500$
- 359** a) $2500 = 2,5 \cdot 100 = 2,5 \cdot 10^2$
 b) $3460 = 3,460 \cdot 1000 = 3,460 \cdot 10^3$
 c) $16500 = 1,65 \cdot 10000 = 1,65 \cdot 10^4$
- 360** a) $60000 = 6 \cdot 10000 = 6 \cdot 10^4$
 b) $12,4 = 1,24 \cdot 10 = 1,24 \cdot 10^1$ (Det sista steget gör man inte, därför att exponenter som är 1 skrivs i normala fall inte ut.)
 c) $5208 = 5,208 \cdot 1000 = 5,208 \cdot 10^3$
- 361** a) $0,8 = 8 \cdot 0,1 = 8 \cdot 10^{-1}$
 b) $0,025 = 2,25 \cdot 0,01 = 2,25 \cdot 10^{-2}$
 c) $47050 = 4,7050 \cdot 10000 = 4,7050 \cdot 10^4$
- 362** a) $13700 = 1,37 \cdot 10000 \approx 1,4 \cdot 10^4$
 b) $2360000 = 2,36 \cdot 1000000 \approx 2,4 \cdot 10^6$
 c) $895 = 8,95 \cdot 100 \approx 9,0 \cdot 10^2$
- 363** a) $99500 = 9,95 \cdot 10000 \approx 10 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^5$
 b) $53629 = 5,3629 \cdot 10000 \approx 5,4 \cdot 10^4$
 c) $1950 = 1,95 \cdot 1000 \approx 2,0 \cdot 10^3$
- 364** a) $47752 = 4,7752 \cdot 10000 \approx 4,8 \cdot 10^4$
 b) $20510000 = 2,051 \cdot 10000000 \approx 2,1 \cdot 10^7$
 c) $15556 = 1,5556 \cdot 10000 \approx 1,6 \cdot 10^4$
- 365** a) $2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3 = 8 \cdot 10^{3+3} = 8 \cdot 10^6$
 b) $3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 = 6 \cdot 10^{-3+5} = 6 \cdot 10^2$
 c) $1 \cdot 10^6 \cdot 4,4 \cdot 10^{-2} = 4,4 \cdot 10^{6+(-2)} = 4,4 \cdot 10^4$
- 366** a) $3,5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^6 = (24 + 4) \cdot 10^{3+6} = 28 \cdot 10^9 = 2,8 \cdot 10^{10}$
 b) $4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,8 \cdot 10^{-2} = (8 + 3,2) \cdot 10^{-3+(-2)} = 11,2 \cdot 10^{-5} = 1,1 \cdot 10^{-4}$
 c) $5,1 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = (20 + 0,4) \cdot 10^{6+(-6)} = 20,4 \cdot 10^0 = 2,0 \cdot 10^1$

$$367 \text{ a) } 17 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-1} = (30 + 21) \cdot 10^{4+(-1)} = 51 \cdot 10^3 = 5,1 \cdot 10^4$$

$$\text{b) } 92 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^6 = (180 + 4) \cdot 10^{-3+6} = 184 \cdot 10^3 = 1,8 \cdot 10^5$$

$$\text{c) } 4 \cdot 10^8 \cdot 5 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10^{8+2} = 20 \cdot 10^{10} = 2 \cdot 10^{11}$$

$$368 \text{ a) } \frac{5,4 \cdot 10^{12}}{3 \cdot 10^8} = 1,8 \cdot 10^{12-8} = 1,8 \cdot 10^3$$

$$\text{b) } \frac{1,8 \cdot 10^3}{60} = \frac{1800}{60} = 30 = 3 \cdot 10^1$$

$$\text{c) } \frac{30}{60} = 0,5 = 5 \cdot 10^{-1}$$

$$369 \text{ a) } \frac{8,2 \cdot 10^{-2}}{4,3 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^{-2-(-3)} = 1,9 \cdot 10^1$$

$$\text{b) } \frac{2,4 \cdot 10^{-9}}{56} = 0,043 \cdot 10^{-9} = 4,3 \cdot 10^{-11}$$

$$\text{c) } \frac{7,6 \cdot 10^2}{9,1 \cdot 10^{-3}} = 0,84 \cdot 10^{2-(-3)} = 0,84 \cdot 10^5 = 8,4 \cdot 10^4$$

Facit – Prefix, stora och små tal

370 a) 1 km
b) 20 km

371 a) 7 cm
b) 5 mm

372 5 kW

373 200 kV

374 a) 2 mg
b) 6 µg

375 2,4 GHz

376 a) 200 GW
b) 154 kg

377 a) 1,5 pg
b) 300 mW

378 a) 2 MB
b) 4,5 kB

379 $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31536000$ sekunder ≈ 32 Ms

380 Slår man upp triljoner så får man fram att 1 triljon = 1 Exa = 10^{18}

$$\frac{2000 \cdot 10^{18}}{6 \cdot 10^6} = 333,33 \cdot 10^{18-6} = 333,33 \cdot 10^{12} \approx 300 \text{ T}$$

381 Medelavståndet till solen är 150 miljoner km, som ju för övrigt är definitionen för en s.k. astronomisk enhet. (Man skriver alltså normalt inte 150 Gigameter, även om det naturligtvis är lika mycket.)

382 a) 1 kB
b) 1 MB

383 a) 4 Gm (Likadant här. Skrivs alltså normalt 4 miljoner km.)
b) 1 Pm

384 a) 604 000 000 W
b) 80 000 000 000 000

385 a) 0,000 015m
b) $2 \cdot 1048576 = 2097152$ B

386 a) 50 liter
b) $5 \cdot 10 = 50$ g

387 a) 5 000 000 000 000 000 g
b) 0,000 000 000 007 g

Facit – Algebra och ekvationer

- 388 a) 20
b) 20
c) 53
- 389 a) 200
b) 2
c) -10
- 390 a) 140
b) 70
c) 110
- 391 a) $9x$
b) $10x$
c) $15x$
- 392 a) $20x$
b) $2 + 5x$
c) $3x$
- 393 a) $8x - 4$
b) $14x$
c) $8 + 2x$
- 394 a) $15x + 2$
b) $12 + 5x$
c) $-3x$
- 395 a) 6
b) 17
c) 11
- 396 a) 12
b) 6
c) 5
- 397 a) 10
b) 22
c) 4
- 398 a) 20
b) 8
c) 80
- 399 a) $5x + y$
b) $4x + 6y$
- 400 a) $12x - 4y$
b) $y + 2x$
- 401 a) $4y + 3x$
b) $15y + 5x$
- 402 a) $7z + 2x + 8y$
b) $2x + 9z - 7y$
- 403 a) $5x - (3x - 1) = 5x - 3x + 1 = 2x + 1$
b) $2y + (4y - 5) = 2y + 4y - 5 = 6y - 5$
- 404 a) $(3y - 4z) + 2z = 3y - 4z + 2z = 3y - 2z$
b) $8x - (3 - x) = 8x - 3 + x = 9x - 3$
- 405 a) $(3x - 5) + 8 = 3x - 5 + 8 = 3x + 3$
b) $(2x + y) + (3y - x) = 2x + y + 3y - x = x + 4y$
- 406 a) $(8x - y) - (3x + 5y) = 8x - y - 3x - 5y = 5x - 6y$
b) $10a - (3b + 9a) - (2a - 4b) = 10a - 3b - 9a - 2a + 4b = b - a$
- 407 $8a + 5b - (5b + 3a) + 4b - (a - 5b) = 8a + 5b - 5b - 3a + 4b - a + 5b = 4a + 9b$

- 408** $(3x + y) + 6x - 2y - (3y + 5x) - 2x = 3x + y + 6x - 2y - 3y - 5x - 2x = 2x - 4y$
- 409** a) $4(x + 2) = 4x + 8$
 b) $2(x + 5) = 2x + 10$
 c) $3(x + 4) = 3x + 12$
- 410** a) $3(x + 7) = 3x + 21$
 b) $6(2x + 3) = 12x + 18$
 c) $4(6 + x) = 24 + 4x$
- 411** a) $5(8 + 2x) = 40 + 10x$
 b) $9(4x + 6) = 36x + 54$
 c) $20(5 + 6x) = 100 + 120x$
- 412** a) $x(x + 2) = x^2 + 2x$
 b) $x(5 + x) = 5x + x^2$
 c) $2x(x + 3) = 2x^2 + 6x$
- 413** a) $5x(4 + x) = 20x + 5x^2$
 b) $2x(3 + 2x) = 6x + 4x^2$
 c) $5x(8 + 4x) = 40x + 20x^2$
- 414** a) $(4 + 3x)10x = 40x + 30x^2$
 b) $8x(5 + 4x) = 40x + 32x^2$
 c) $15x(2x + 2x) = 30x^2 + 30x^2 = 60x^2$
- 415** a) $-4(x + 5) = -4x - 20$
 b) $-6(-5 + 2x) = 30 - 12x$
 c) $-2(-x + 6) = 2x - 12$
- 416** a) $-x(10 + x) = -10x - x^2$
 b) $-2x(4 + 3x) = -8x - 6x^2$
 c) $-6x(-8x + 4x) = 48x^2 - 24x^2$
- 417** a) $(-3 + 4x)x = -3x + 4x^2$
 b) $(2 - 8x)3x = 6x - 24x^2$
 c) $-8x(-2x - 5x) = 16x^2 + 40x^2 = 56x^2$
- 418** a) $x(y + 2) = xy + 2x$
 b) $2x(y + 5) = 2xy + 10x$
 c) $4x(2y + 8) = 8xy + 32x$
- 419** a) $(8 + x)y = 8y + 8x$
 b) $(6 + 2x)2y = 12y + 4xy$
 c) $4y(6y + 5x) = 24y^2 + 20xy$
- 420** a) $-x(3 + 4y) = -3x - 4xy$
 b) $-y(-4x - 8y) = 4xy + 8y^2$
 c) $-x(-4y - 10x) = 4xy + 10x^2$
- 421** a) $x(y + 2 + z) = xy + 2x + xz$
 b) $2x(2z - y + 5) = 4xz - 2xy + 10x$

- 422 a) $y(3 + 2x + z) = 3y + 2xy + yz$
 b) $2y(5 - 2x - z) = 10y - 4xy - 2yz$
- 423 a) $(10x + 2y - k)3y = 30xy + 6y^2 - 3ky$
 b) $-y(-4x - 8y + k) = 4xy + 8y^2 - ky$
- 424 a) $(2 + x)(y + 2) = 2y + 4 + xy + 2x$
 b) $(4 + x)(y - 5) = 4y - 20 + xy - 5x$
- 425 a) $(x + 6)(x + 3) = x^2 + 3x + 6x + 18 = x^2 + 9x + 18$
 b) $(2x + 7)(2y + 2) = 4xy + 4x + 14y + 14$
- 426 a) $(4x - 6)(5 + 3y) = 20x + 12xy - 30 - 18y$
 b) $(2y - 4)(3x - 5) = 6xy - 10y - 12x + 20$
- 427 a) $(4 + x)^2 = 16 + 8x + x^2$
 b) $(7 + x)^2 = 49 + 14x + x^2$
 c) $(2 + 2x)^2 = 4 + 8x + 4x^2$
- 428 a) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
 b) $(4x + 5)^2 = 16x^2 + 40x + 25$
 c) $(3x + 2x)^2 = 9x^2 + 12x^2 + 4x^2 = 25x^2$
 eller snabbare så här, $(3x + 2x)^2 = (5x)^2 = 25x^2$
- 429 a) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
 b) $(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$
 c) $(k + 2z)^2 = k^2 + 2kz + 4z^2$
- 430 a) $(4 - x)^2 = 16 - 8x + x^2$
 b) $(2 - x)^2 = 4 - 4x + x^2$
 c) $(5 - 2x)^2 = 25 - 20x + 4x^2$
- 431 a) $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$
 b) $(3x - 6)^2 = 9x^2 - 36x + 36$
 c) $(4x - 3x)^2 = \{\text{Obs! Räkna ut parentesen först}\} = (x)^2 = x^2$
- 432 a) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
 b) $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$
 c) $(3k - z)^2 = 9k^2 - 6kz + z^2$
- 433 a) $(4 + x)(4 - x) = 16 - x^2$
 b) $(2 + x)(2 - x) = 4 - x^2$
- 434 a) $(5 + 2x)(5 - 2x) = 25 - 4x^2$
 b) $(x + 6)(x - 6) = x^2 - 36$
- 435 a) $(3x + 6)(3x - 6) = 9x^2 - 36$
 b) $(4x + 3x)(4x - 3x) = \{\text{Obs! Parenteserna först}\} = (7x)(x) = 7x^2$
 Det funkar givetvis att bara köra på med konjugatregeln, men det är alltid bra att vara på sin vakt efter genvägar.
- 436 a) $5x + (x + y)(x - y) = 5x + x^2 - y^2$
 b) $(2x + 3y)^2 - 2y = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 2y$

$$437 \text{ a) } (4x-2y)^2 + 3(2-y) = 16x^2 - 16xy + 4y^2 + 6 - 3y$$

$$\text{b) } 2k(3+z) + (3k+z)(3k-z) = 6k + 2kz + 9k^2 - z^2$$

$$438 \text{ a) } (5z+y)^2 + 5zy = 25z^2 + 10yz + y^2 + 5zy = 25z^2 + 15yz + y^2$$

$$\text{b) } (k+2)^2 + (2k-3z)^2 = k^2 + 4k + 4 + 4k^2 - 12kz + 9z^2$$

$$439 \text{ a) } 5x + 11 = 21$$

$$5x + 11 - 11 = 21 - 11$$

$$5x = 10$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{10}{5}$$

$$x = 2$$

$$\text{b) } 7x - 7 = 7$$

$$7x - 7 + 7 = 7 + 7$$

$$7x = 14$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{14}{7}$$

$$x = 2$$

$$440 \text{ a) } 7 + 5x = 9$$

$$7 - 7 + 5x = 9 - 7$$

$$5x = 2$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{b) } 5x + 8 - x - 11 = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x - 3 + 3 = 0 + 3$$

$$4x = 3$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$441 \text{ a) } 11 = 8x - 1$$

$$11 + 1 = 8x - 1 + 1$$

$$12 = 8x$$

$$\frac{12}{8} = \frac{8x}{8}$$

$$1,5 = x$$

$$x = 1,5$$

$$\text{b) } 3x + 8 = 29$$

$$3x + 8 - 8 = 29 - 8$$

$$3x = 21$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

$$442 \text{ a) } 7x - 12 = 37$$

$$7x - 12 + 12 = 37 + 12$$

$$7x = 49$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{49}{7}$$

$$x = 7$$

$$\text{b) } 9 + 4x - 3 + 2x - 3 + 3x = 6$$

$$3 + 9x = 6$$

$$3 + 9x - 3 = 6 - 3$$

$$9x = 3$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{3}{9}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$443 \text{ a) } \frac{3x}{5} = 6$$

$$\frac{3x}{5} \cdot 5 = 6 \cdot 5$$

$$\frac{3x}{5} \cdot \frac{5}{1} = 30$$

$$\frac{3x}{1} = 30$$

$$3x = 30$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{30}{3}$$

$$x = 10$$

$$\text{b) } 7x - 1 = 3$$

$$7x - 1 + 1 = 3 + 1$$

$$7x = 4$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{4}{7}$$

$$x = \frac{4}{7}$$

- 444 a) $4x - 2 + 3x - 12 - x = 2$
 $6x - 14 = 2$
 $6x - 14 + 14 = 2 + 14$
 $6x = 16$
 $\frac{6x}{6} = \frac{16}{6}$
 $x = \frac{16}{6}$
 (dividera med 2 uppe och nere)
 $x = \frac{\frac{16}{2}}{\frac{6}{2}} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
- b) $\frac{5x}{4} - 2 = 3$
 $\frac{5x}{4} - 2 + 2 = 3 + 2$
 $\frac{5x}{4} = 5$
 $\frac{5x}{4} \cdot 4 = 5 \cdot 4$
 $5x = 20$
 $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$
 $x = 4$
- 445 a) $3,5x + 4,2 - 2x - 6 = 1,2$
 $1,5x - 1,8 = 1,2$
 $1,5x - 1,8 + 1,8 = 1,2 + 1,8$
 $1,5x = 3$
 $\frac{1,5x}{1,5} = \frac{3}{1,5}$
 $x = 2$
- b) $12 = \frac{4x}{5} + 9$
 $12 - 9 = \frac{4x}{5} + 9 - 9$
 $3 = \frac{4x}{5}$
 $3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{4x}{5} \cdot \frac{5}{4}$ (två steg på en gång)
 $\frac{15}{4} = x$
 $x = 3\frac{3}{4}$
- 446 Antag att Maja har M kr.
 Vilken bokstav vi använder spelar ingen roll.
 Det måste inte vara x, utan det kan vara t.ex. M som i Maja.
 Om Maja har M kr så har Stina (M + 25) kr
 Tillsammans ska de ha 111 kr:
 $M + (M + 25) = 111$
 $2 \cdot M + 25 = 111$
 $2 \cdot M = 86$
 $M = 43$
 $\text{Stina} = M + 25 = 43 + 25 = 68$
 Svar: Maja har 43 kr och Stina har 68 kr.
 (Kontrollera svaret genom att summera! Blir det 111?)
- 447 Antag att Lena har L kr.
 Om Lena har L kr så har Anders (L + 5) kr
 Tillsammans ska de ha 55 kr:
 $L + (L + 5) = 55$
 $2 \cdot L + 5 = 55$
 $2 \cdot L = 50$
 $L = 25$
 $\text{Anders} = L + 5 = 25 + 5 = 30$
 Svar: Lena har 25 kr och Anders har 30 kr.
 (Glöm inte att kontrollera svaret!)

- 448** Antag att Samuel har S kr.
Om Samuel har S kr så har Helena ($S \cdot 3$) kr
Tillsammans ska de ha 140 kr:
 $S + (S \cdot 3) = 140$
 $4 \cdot S = 140$
 $S = 35$
Helena = $S \cdot 3 = 35 \cdot 3 = 105$
Svar: Samuel har 35 kr och Helena har 105 kr.
(Glöm inte att kontrollera svaret!)
- 449** Antag att det ena talet är x .
Om det ena talet är x så är det andra ($x + 17$)
Summan ska vara 71:
 $x + (x + 17) = 71$
 $2x + 17 = 71$
 $2x = 54$
 $x = 27$
Det andra talet = $x + 17 = 27 + 17 = 44$
Svar: Talen är 27 och 44
(Jag vet att jag tjarar, men glöm inte att kontrollera svaret!)

Facit – Funktioner

450 -

451 -

452 a) $5 + 5 = 10$

b) $5 + 10 = 15$

c) $5 - 2 = 3$

453 a) $5 \cdot 5 = 25$

b) $5 \cdot 3 + 2 = 17$

c) $5 \cdot 3 - 10 = 5$

454 a) $\frac{20}{2} = 10$

b) $\frac{20}{4} + 15 = 5 + 15 = 20$

455 a) $50 - \frac{20}{5} = 50 - 4 = 46$

b) $100 + \frac{20}{10} = 100 + 2 = 102$

456 a) $47 - \frac{20}{20} = 47 - 1 = 46$

b) $30 + \frac{20}{40} = 30 + 0,5 = 30,5$

457 a) $5 + 5 = 10$

b) $5 + 20 = 25$

458 a) $4 \cdot 5 - 20 = 20 - 20 = 0$

b) $15 + 10 \cdot 5 = 15 + 50 = 65$

459 a) $6 \cdot 25 - 4 = 150 - 4 = 146$

b) $27 + 2 \cdot 25 = 27 + 50 = 77$

460 a) $120 - 5 \cdot 25 = 120 - 125 = -5$

b) $30 - 4 \cdot 25 = 30 - 100 = -70$

461 a) $y = x + 7 = 5 + 7 = 12$

b) $y = x + 7 = 1 + 7 = 8$

c) $y = x + 7 = -2 + 7 = 5$

462 a) $y = 3x - 2 = 3 \cdot 3,5 - 2 = 10,5 - 2 = 8,5$

b) $y = 3x - 2 = 3 \cdot (-1) - 2 = -3 - 2 = -5$

c) $y = 3x - 2 = 3 \cdot 0 - 2 = 0 - 2 = -2$

463 a) $y = \frac{x}{4} - 12 = \frac{12}{4} - 12 = 3 - 12 = -9$

b) $y = \frac{x}{4} - 12 = \frac{4}{4} - 12 = 1 - 12 = -11$

c) $y = \frac{x}{4} - 12 = \frac{100}{4} - 12 = 25 - 12 = 13$

464 a) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{a}{a} - b = 1 - b$

Kändes det konstigt att stoppa in en *bokstav* i funktionen, istället för ett tal? Tja, antagligen, men det gick ju bra, eller hur? Eftersom funktionen inte vet vilket värde a eller b har så räknar den ut så mycket den kan. I det här fallet så fick vi ut värdet $1-b$.

b) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{4a}{a} - b = 4 - b$

c) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{b}{a} - b$

Ja, det gick faktiskt inte att räkna ut längre än så där. Så blir det ibland.

465 a) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{ab}{a} - b = b - b = 0$ Titta! Här fick vi faktiskt ut ett tal.

b) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{-a}{a} - b = -1 - b$

c) $y = \frac{x}{a} - b = \frac{-ab}{a} - b = -b - b = -2b$

Facit – Sannolikhet

466 -

$$467 \text{ a) } \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$$

$$\text{b) } \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$$

468 Om ni gjorde 50 dragningar så kom ni nog ganska nära 50%

469 -

$$470 \text{ a) } \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

$$\text{b) } \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

471 Likadant här. Om ni gjorde 50 dragningar så kom ni nog ganska nära 25% respektive 75%

472 Varje färg i en kortlek innehåller ju 13 kort ($4 \cdot 13 = 52$) så antalet hjärter är alltså 13.

$$\frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{13}{52} = 0,25 = 25\%$$

$$473 \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{39}{52} = 0,75 = 75\%$$

$$474 \text{ Antalet ess i kortleken är ju } 4. \frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0,077 = 7,8\%$$

475 Antalet klädda kort är 4 kungar + 4 damer + 4 knektar = 12 gynnsamma

$$\frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13} \approx 0,23 = 23\%$$

476 13 klöver + 13 spader + 13 ruter = 39 gynnsamma utfall

$$\frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4} = 0,75 = 75\%$$

477 Enligt uppgiften ovan så innehåller kortleken 12 klädda kort (ess ej räknade). $52 - 12 = 40$ gynnsamma utfall.

$$\frac{\text{antalet gynnsamma utfall}}{\text{antalet möjliga utfall}} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13} \approx 0,77 = 77\%$$

478 Antalet kort som *inte* är 2:a, 3:a eller 4:a är också 40. Alltså är sannolikheten 77%.

479 Som vi kanske redan har anat så hänger sannolikheten för att *något inträffar* ihop med sannolikheten för att *detta något inte inträffar*. Summa av dessa sannolikheter måste ju faktiskt bli 100%. Sannolikheten för att inte få vinst i detta fallet är då alltså: $100\% - 0,8\% = 99,2\%$

Facit – Trigonometri

480 Ungefär 53°

481 $\sin 30^\circ = 0,5$

482 a) $\sin 35^\circ \approx 0,58$

b) -

483 a) $\sin 45^\circ \approx 0,71$

b) -

c) $\cos 45^\circ \approx 0,71$

d) -

484 a) 0,707

b) 0,707

c) 0,5

485 a) 0,259

b) 1

c) 0

486 a) 0

b) 1

c) 0,5

487 a) 0,42

b) 0,64

c) 0,64

488 a) 0,97

b) 0,94

c) 0,71

489 a) 0,26

b) 0,5

c) 0,91

490 Om du ritar en rätvinklig triangel med vinklarna 30° och 60° så kommer du att se att $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ \approx 0,87$ därför att det är samma sidor som används i divisionen. Eller hur?

491 I en rätvinklig triangel med vinklarna 45° och 45° så är näraliggande katet lika lång som motstående katet. Alltså är $\sin 45^\circ \approx 0,71$

492 a) motstående katet = hypotenusan $\cdot \sin v = 8 \cdot 0,5 = 4$ cm

näraliggande katet = hypotenusan $\cdot \cos v \approx 8 \cdot 0,866 = 6,93$ cm

b) motstående katet $\approx 8 \cdot 0,174 \approx 1,39$ cm

näraliggande katet $\approx 8 \cdot 0,985 = 7,88$ cm

c) motstående katet $\approx 8 \cdot 0,707 \approx 5,66$ cm

näraliggande katet $\approx 8 \cdot 0,707 \approx 5,66$ cm

493 a) motstående katet $\approx 8 \cdot 0,866 \approx 6,93$ cm

näraliggande katet = $8 \cdot 0,5 = 4$ cm

b) motstående katet $\approx 8 \cdot 0,985 \approx 7,88$ cm

näraliggande katet $\approx 8 \cdot 0,174 \approx 1,39$ cm

c) motstående katet $\approx 8 \cdot 0,342 \approx 2,74$ cm

näraliggande katet $\approx 8 \cdot 0,940 \approx 7,52$ cm

494 Eftersom $\sin v = \frac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusan}}$ så måste hypotenusan = $\frac{\text{motstående katet}}{\sin v}$

a) hypotenusan = $\frac{\text{motstående katet}}{\sin v} = \frac{2}{0,5} = 4$ cm

b) hypotenusan = $\frac{5}{0,5} = 10$ cm

c) hypotenusan = $\frac{10}{0,5} = 20$ cm

495 a) hypotenusan = $\frac{3,5}{0,5} = 7$ cm

b) hypotenusan = $\frac{14,8}{0,5} = 29,6$ cm

c) hypotenusan = $\frac{6,3}{0,5} = 12,6$ cm

496 a) hypotenusan = $\frac{\text{näraliggande katet}}{\cos v} \approx \frac{3}{0,259} \approx 11,58$ cm

b) hypotenusan $\approx \frac{7}{0,259} \approx 27,03$ cm

c) hypotenusan $\approx \frac{13}{0,259} \approx 50,19$ cm

497 a) hypotenusan $\approx \frac{2,7}{0,259} \approx 10,42$ cm

b) hypotenusan $\approx \frac{35}{0,259} \approx 135,14$ cm

c) hypotenusan $\approx \frac{14,5}{0,259} \approx 55,98$ cm